# Untersuchungen zur Differenz-γ-Spektrometrie

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Friedrich Karl Altenhein

aus Zaborze-Skalley

HAHN - MEITNER - INSTITUT FÜR KERNFORSCHUNG BERLIN

Abteilung Strahlenphysik

---

B-SP 6

HMI - B 59
August 1967

F. K. Altenhein

# UNTERSUCHUNGEN ZUR DIFFERENZ-γ-SPEKTROMETRIE

Berlin-Wannsee

D 188

Gutachter: Professor Dr.K.H.Lindenberger

Priv.Doz. Dr.W.Jacobi

Tag der mündlichen Prüfung: 6. 7. 1967

Tag der Promotion: 11. DEZ. 1967

UNIV. LEIDEN BIBL.

Inhaltsverzeichnis


| | | Seite |
|---|---|---|
| 1 | Einleitung und Problemstellung | 1 |
| 2 | Experimenteller Aufbau | 5 |
| 2.1 | Differenz-γ-Spektrometer | 5 |
| 2.2 | Detektoren, Abschirmung und γ-Quellen | 5 |
| 2.3 | Pulsanalyse | 7 |
| 2.4 | Prüfung des Differenz-γ-Spektrometers mit einem Pulsgenerator | 10 |
| 3 | Experimentelle Ergebnisse | 13 |
| 3.1 | Energieeichungen für NaJ, $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A | 13 |
| 3.2 | Bestimmung des Auflösungsvermögens von NaJ | 18 |
| 3.3 | Bestimmung des Auflösungsvermögens von $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A | 21 |
| 3.4 | Ergebnisse für α, R und H | 22 |
| 3.5 | Messungen mit dem Differenz-γ-Spektrometer | 25 |
| 4 | Monte-Carlo-Rechenprogramm | 33 |
| 4.1 | Monte-Carlo-Methode zur Berechnung von γ-Spektren | 33 |
| 4.2 | Rechenprogramm A 50 | 36 |
| 4.3 | Programmteil A 50/1 | 38 |
| 4.4 | Programmteil A 50/2 | 43 |
| 4.5 | Programmteil A 50/3 | 48 |
| 5 | Rechenergebnisse | 57 |
| 5.1 | Prüfung des Rechenprogramms anhand eines Vergleichs zwischen Häufigkeiten und Erwartungswerten für Primärprozesse | 57 |

# 1 Einleitung und Problemstellung

Die Energieverteilung der primär auf einen Szintillations-Detektor fallenden γ-Strahlung wird im gemessenen Spektrum nicht wiedergegeben. Im Falle eines monoenergetischen γ-Strahlers, der z.B. mit einem NaJ-Szintillator gemessen wird, entsteht im Spektrum neben dem Vollabsorptionspeak das Compton-Kontinuum. Seine Ursache sind unvollständige Energieabsorptionen. Über eine oder mehrere Comptoneffekte wird nur ein Teil der primären γ-Energie absorbiert, den Rest der Energie trägt ein Compton-Quant, das den Szintillator verläßt.

Vollabsorptionen entstehen nicht nur über primäre Photoeffekte, sondern können auch über einen oder mehrere Comptoneffekte und nachfolgendem Photoeffekt zustande kommen. In Szintillatormaterialien mit niedriger Ordnungszahl ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Photoeffekts sehr gering. In ihnen werden deshalb keine Vollabsorptionen gemessen. Das trifft zu für Anthrazen($C_{14}H_{10}$) und für Plastikszintillatoren, z.B. vom Typ NE 102 A (Hersteller: Nuclear Enterprises). Spektren, die mit diesen Szintillatoren gemessen werden, enthalten nur das Compton-Kontinuum.

Der Gedanke, einen γ-Strahler gleichzeitig mit zwei im Material verschiedenen Szintillatoren zu messen, liegt der Differenz-γ-Spektrometrie zugrunde. Das Spektrum aus dem einen Szintillato soll dabei Vollabsorptionspeak und Compton-Kontinuum, das aus dem anderen nur Compton-Kontinuum enthalten. Durch Subtraktion beider Spektren resultiert im Idealfall ein Spektrum,das nur aus dem Vollabsorptionspeak besteht. Die Lage des Vollabsorptionspeaks stellt dann eine eindeutige Zuordnung zur Energie des γ-Strahlers dar.

Ideale Differenz-γ-Spektren eines komplexen γ-Strahlers bestehen nur aus den Vollabsorptionspeaks der Komponenten. Denkt man sich eine zu messende kontinuierliche Energieverteilung aus vielen dicht beieinanderliegenden Einzelkomponenten aufgebaut,

| | | Seite |
|---|---|---|
| 5.2 | Zusammensetzung der Vollabsorptionen in NaJ aus Einfach- und Mehrfachprozessen | 59 |
| 5.3 | Einfluß von Mehrfachprozessen auf die Neigung der Comptonkante | 64 |
| 5.4 | Differenz-γ-Spektren | 68 |
| 6 | Vergleich zwischen gemessenen und gerechneten Spektren | 75 |
| 6.1 | Abweichungen zwischen gemessenen und gerechneten Spektren | 75 |
| 6.2 | Nichtproportionale Lichtausbeute | 77 |
| 6.3 | Optische Absorption | 83 |
| 7 | Bedingungen für ein Differenz-γ-Spektrometer mit optimalem Wirkungsgrad | 86 |
| 7.1 | Monte-Carlo-Rechnungen für verschiedene Geometrien | 86 |
| 7.2 | Komplexes Differenz-γ-Spektrum | 100 |
| 8 | Zusammenfassung | |
| 9 | Anhang | 109 |
| 9.1 | Listen der linearen Schwächungskoeffizienten | 109 |
| 9.2 | Der Zufallszahlengenerator | 110 |
| 9.3 | Verschmierung von Energieabsorptions-Spektren nach der Monte-Carlo-Methode | 112 |
| 9.4 | Zeichenprogramm für die Abbildungen | 116 |
| | Literaturverzeichnis | 117 |

In verschieden ausgeführten elektronischen Schaltungen wurde die Differenzbildung in allen Fällen während der Messung gemacht, indem die Detektoren alternierend betrieben und ihre Pulse mit entgegengesetztem Vorzeichen gezählt wurden. Die für die Differenzbildung notwendige Gleichheit der Spektren aus dem Anthrazen- bzw. Plastik-Szintillator und dem Compton-Kontinuum aus NaJ wurde durch geeignete Abstände zwischen γ-Quelle und Szintillatoren annähernd erreicht. Mit Absorbern vor dem Anthrazen- oder Plastik-Szintillator wurde versucht, das Ansprechvermögen dieser Szintillatoren bevorzugt für niedrige γ-Energien herabzusetzen, um auf diese Weise die von ihnen erzeugten Spektren über einen möglichst großen Energiebereich dem Compton-Kontinuum aus NaJ anzugleichen.

Rückstreuungen von einem zum anderen Szintillator wurden vermieden, indem sie um $90^{\circ}$ gegeneinander geneigt und mit Bleikollimatoren versehen wurden [9, 10] .

Die bisherigen Veröffentlichungen und der dazu in Tabelle 1 angestellte Vergleich zeigen, daß es in bezug auf Art, Größe und Anordnung der Szintillatoren in einem Differenz-γ-Spektrometer keine einheitliche Auffassung gibt. Insbesondere fehlen theoretische Untersuchungen über den optimalen Aufbau von Differenz-γ-Spektrometern. In der vorliegenden Arbeit soll durch experimentelle und theoretische Untersuchungen geklärt werden, wie ein Differenz-γ-Spektrometer aufgebaut sein muß, bei dem im gemessenen Spektrum die Energieverteilung der auffallenden γ-Strahlung getreu wiedergegeben wird.

Die Variationsmöglichkeiten von Experimenten sind stets an die zur Verfügung stehende Meßanordnung gebunden. Im Falle des Differenz-γ-Spektrometers entscheiden hierüber hauptsächlich die vorhandenen Szintillatoren. Um umfangreichere Untersuchungen durchführen zu können, wurde ein Monte-Carlo-Rechenprogramm für die Geometrie des Differenz-γ-Spektrometers entwickelt. Für die Rechnung wird damit Unabhängigkeit von Art und Größe vorhandener Szintillatoren erzielt. Dieser Vorteil soll dazu benutzt werden, ein Differenz-γ-Spektrometer mit

so ist verständlich, daß auch hierbei die primär auffallende Energieverteilung im gemessenen Spektrum richtig wiedergegeben wird.

1954 berichtete Peirson [1-3] zum erstenmal über ein Differenz-γ-Spektrometer. In den folgenden Jahren wurden in mehreren Laboratorien Differenz-γ-Spektrometer eingesetzt [4-10]. In Tabelle 1 sind die dabei verwendeten Szintillatoren und ihre Abmessungen angegeben.

Tab. 1 Differenz-γ-Spektrometer

| Autor | NaJ Ø x H x) | $C_{14}H_{10}$ Ø x H | Plastik Ø x H | Bemerkung |
|---|---|---|---|---|
| Peirson [1-3] | 4.4x5.4cm$^2$ | 2x2.2x0.8cm$^3$ | | |
| Peirson [4] | 1.5"x1" | 1.5"x1" | | Pb-Absorber (0.15") vor $C_{14}H_{10}$ |
| Thomas, Callow [5] | 4"x4" 1.5"x1" | 1.5"x1" | | Pb-Absorber vor $C_{14}H_{10}$ |
| Billarz [7] | 3"x3" | | 3"x3" | |
| Julliot [8] | 3.8x2.5cm$^2$ | 4.4x2.5cm$^2$ | | Pb-Absorber (3mm) vor $C_{14}H_{10}$ |
| De Soete, Hoste [9] | 3"x3" | 3"x0.5" | 3"x0.5" | Detektoren um 90° gegeneinander geneigt. Bleikollimatoren für beide Detektoren |
| Lida, Pochwalski [10] | nicht angegeben | | | Detektoren um 90° gegeneinander geneigt. Fe-Pb-Absorber vor $C_{14}H_{10}$. Bleikollimator für NaJ |

x) Ø = Durchmesser, H = Höhe

## 2 Experimenteller Aufbau

### 2.1 Differenz-γ-Spektrometer

Für die experimentellen Untersuchungen wurde ein Differenz-γ-Spektrometer aufgebaut, das sich in vielem von den bekannten Anordnungen unterscheidet. Die Detektoren werden nicht alternierend betrieben, sondern die Spektren aus beiden Szintillatoren werden mit einem geeignet gesteuerten Vielkanalanalysator nebeneinander gemessen. Das gibt dem Spektrometer eine doppelt so große Empfindlichkeit wie bisher. Die Differenzbildung erfolgt nach der Messung mit dem elektronischen Rechenwerk des Analysators. Dabei ist der Faktor für die Subtraktion wählbar. Das bedeutet, die Spektren aus dem Anthrazen- bzw. Plastikszintillator und das Compton-Kontinuum aus NaJ brauchen nicht gleich zu sein, es genügt, wenn sie proportional zueinander sind.

Rückstreuungen von einem zum anderen Szintillator werden durch koinzidente Pulse erkannt. Das Spektrometer ist in der Lage, koinzidente Pulse vor der Analyse auszusondern oder sie getrennt zu analysieren. Neigung der Szintillatoren um $90^{\circ}$ gegeneinander und Verwendung von Kollimatoren sind dadurch nicht notwendig.

Nachfolgend wird der Aufbau und die Funktion des Spektrometers im einzelnen beschrieben.

### 2.2 Detektoren, Abschirmung und γ-Quellen

Die beiden Detektoren des Differenz-γ-Spektrometers sind in eine zylinderförmige Stahlabschirmung eingebaut (Abb. 1). Die Dicke der Abschirmung beträgt allseitig 15 cm, die Innenmaße sind: Durchmesser 40 cm und Höhe 80 cm. Der NaJ-Detektor (A)

optimalem Wirkungsgrad theoretisch zu berechnen. Den weniger flexiblen Experimenten fällt dabei die Aufgabe zu, die prinzipiell am besten geeignete Methode für die Differenz-γ-Spektrometrie zu finden und die Richtigkeit von Monte-Carlo-Rechenergebnissen zu bestätigen. Die Parameter für diese Testrechnungen entsprechen dann den Bedingungen des vergleichbaren Experiments.

Die folgenden Kapitel 2 und 3 umfassen den experimentellen Teil der Untersuchungen. Die Beschreibung des Monte-Carlo-Rechenprogramms und die Besprechung der Rechenergebnisse schließen sich in Kapitel 4 und 5 an. In Kapitel 6 werden gemessene und gerechnete Spektren miteinander verglichen, und in Kapitel 7 wird mittels Monte-Carlo-Rechnungen versucht, ein Differenz-γ-Spektrometer mit optimalem Wirkungsgrad zu finden. Auf die Zusammenfassung im Kapitel 8 folgen als Anhang (Kapitel 9) die mathematischen Ergänzungen zum Rechenprogramm und ein Hinweis auf das Zeichenprogramm für einen großen Teil der Abbildungen.

ist fest eingebaut. Der $C_{14}H_{10}$- bzw. NE 102 A-Detektor (B) ist durch einen Motorantrieb in der Höhe verstellbar. Obere und untere Endlage werden durch einstellbare Endkontakte begrenzt. Dadurch ist für wiederholte Messungen der Abstand zwischen beiden Detektoren genau reproduzierbar. Zur Messung wird die γ-Quelle durch die Tür der Abschirmung zwischen die Detektoren gebracht. Die benutzten γ-Quellen sind durch Verdampfen in kleine Plexiglaskapseln eingebracht und annähernd punktförmig. Ihr Abstand vom NaJ-Detektor ist in einer dünnwandigen Plexiglashalterung veränderlich. Vor den NE 102 A-Detektor können verschieden dicke Absorberscheiben aus Al, Fe und Pb gesetzt werden.

Für Messungen standen Detektoren mit folgenden Szintillatoren zur Verfügung:

| | | |
|---|---|---|
| NaJ: | Ø = 3" | H = 3" |
| NaJ: | Ø = 3" | H = 3" mit Bohrloch |
| $C_{14}H_{10}$: | Ø = 2.5" | H = 1" |
| NE 102 A: | Ø = 3" | H = 3" |

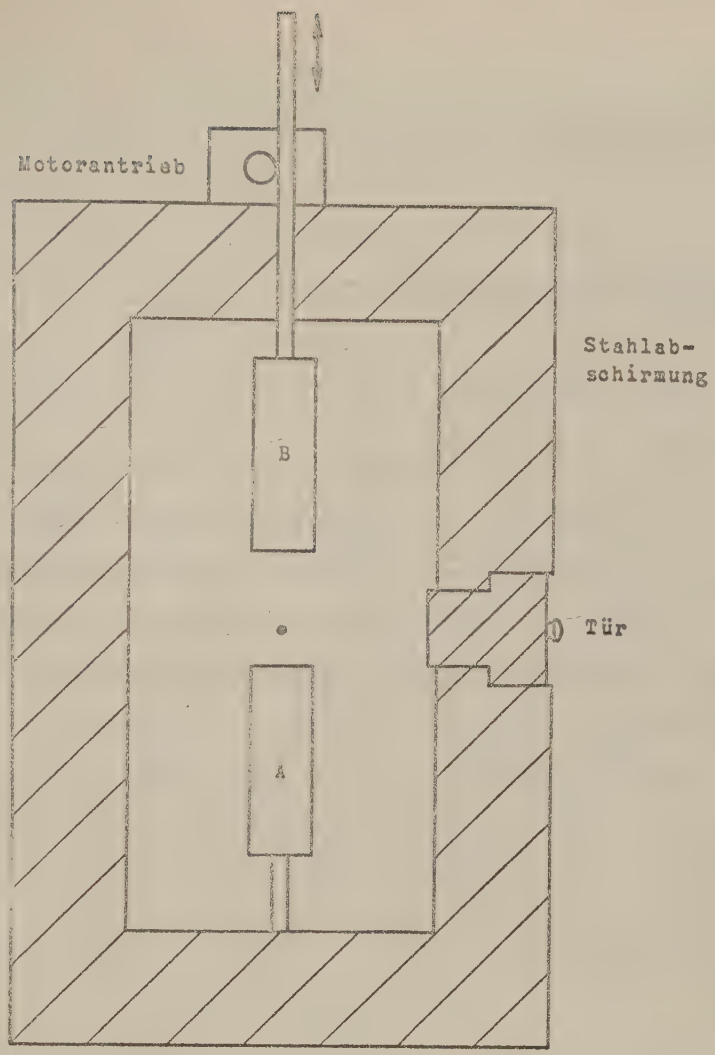
## 2.3 Pulsanalyse

### Doppelverstärker

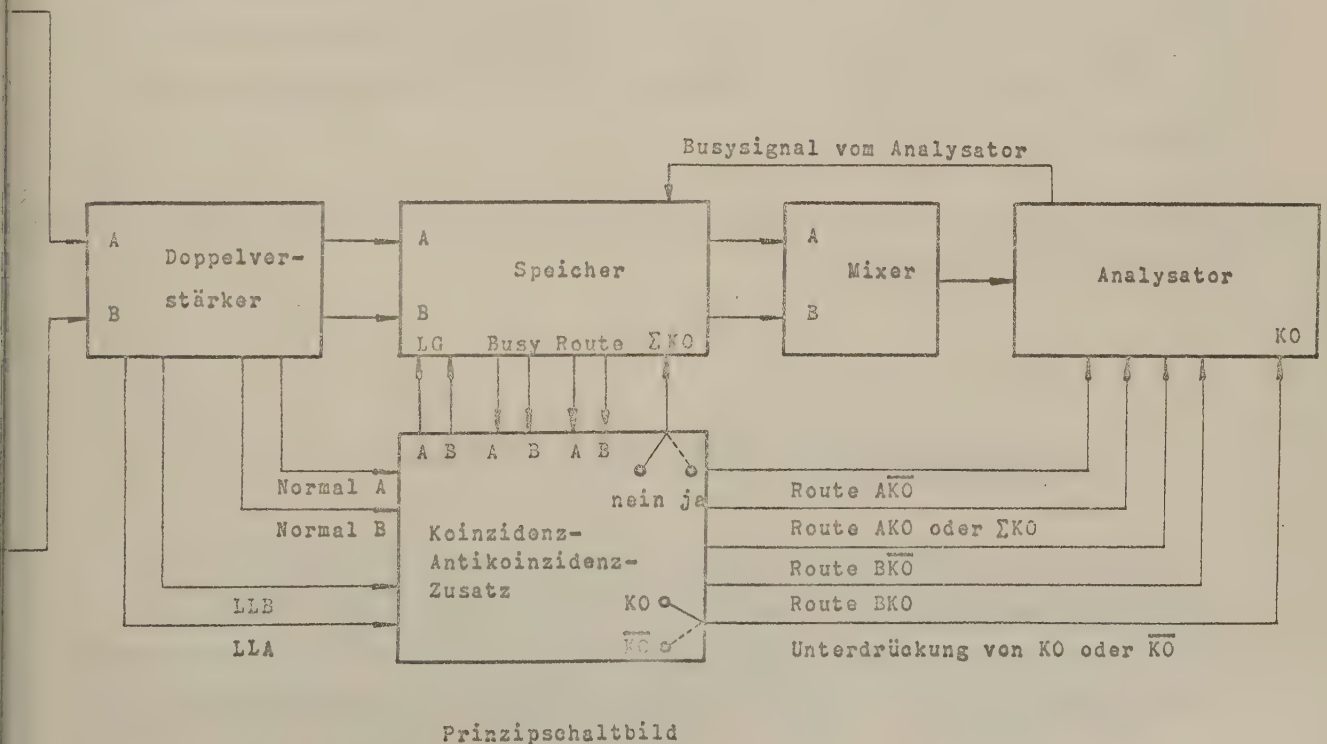
Die Pulse aus den Detektoren A und B werden in einer aus zwei identischen Verstärkern aufgebauten Einheit (Nuclear Data, ND-500) verstärkt (Abb. 1). Die Verstärker enthalten Differentialdiskriminatoren. Fällt der Puls in das eingestellte Fenster, wird ein Steuersignal gegeben, das mit NORMAL A bzw. NORMAL B bezeichnet ist. Der Puls wird um 2 µs verzögert, damit das Steuersignal früher zur Verfügung steht.

### Speicher

Zwei identische Speicher (Nuclear Data, ND-501) haben die Aufgabe, Pulse kurzzeitig zu speichern, wenn der Analysator mit der Verarbeitung eines vorhergehenden Pulses beschäftigt




Aufbau




Prinzipschaltbild

Aufbau und Prinzipschaltbild des Differenz-γ-Spektrometers

der NORMAL-Signale festgestellt, ob die Pulse innerhalb der eingestellten Diskriminatorschwellen liegen. Ist das bei einem Puls nicht der Fall, so wird das entsprechende lineare Gate (LG) nicht geöffnet. Der Puls kann nicht in den Speicher einlaufen, und die Koinzidenz-Markierung muß wieder gelöscht werden.

Koinzidente Pulse werden in der Reihenfolge A, B aus den Speichern freigegeben. Nachdem B ausgelaufen ist, wird die Koinzidenz-Markierung gelöscht.

Gleichzeitig mit dem Auslaufen eines Pulses A aus dem Speicher A wird dem Koinzidenz-Antikoinzidenz-Zusatz ein Signal ROUTE A zugeführt. Ist die Koinzidenz-Markierung gesetzt, entsteht daraus das Signal ROUTE AKO (A koinzident), ist sie nicht gesetzt, kommt das Signal ROUTE $A\overline{KO}$ (A antikoinzident). Für B gilt entsprechendes.

ROUTE-Signale steuern die Pulseinsortierung in den Analysator. Es werden dadurch getrennt gemessen:

| | |
|---|---|
| Antikoinzidentes Spektrum aus NaJ | ($A\overline{KO}$) |
| Koinzidentes Spektrum aus NaJ | (AKO) |
| Antikoinzidentes Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A | ($B\overline{KO}$) |
| Koinzidentes Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A | (BKO) |

Das Markieren der koinzidenten Pulse kann außer Betrieb gesetzt werden. Dann werden die Spektren nur nach ihrem Ursprung in Detektor A oder B aufgeteilt.

Die Summe koinzidenter Pulse wird gebildet, in dem beide Speicher gleichzeitig abgerufen werden und im Mixer die Summierung ausgeführt wird. Das ROUTE-Signal ΣKO steuert die Einsortierung in den Analysator. Die Entscheidung für die Summenbildung wird durch einen Schalter getroffen.

Mit einem zweiten Schalter kann eine Unterdrückung der koinzidenten oder der antikoinzidenten Pulse eingestellt werden,

ist. Während dieser Zeit wird den Speichern ein BUSY-Signal vom Analysator zugeführt. Die Eingänge der Speicher werden über lineare Torschaltungen (LG) geöffnet, wobei folgende Bedingungen erfüllt werden:

Puls A kann nur einlaufen, wenn Speicher A und B frei sind.

Puls B kann einlaufen, wenn Speicher B frei ist, Speicher A darf dabei besetzt sein.

Koinzidente Pulse A und B können nur einlaufen, wenn Speicher A und B frei sind.

Darüberhinaus gilt für alle Pulse, daß sie innerhalb der im Doppelverstärker eingestellten Diskriminatorschwellen liegen müssen, wenn sie in die Speicher einlaufen sollen.

Ist der Analysator beschäftigt, so können unter den vorgenannten Bedingungen beide Speicher gefüllt werden, einmal im Fall der Koinzidenz von A und B, zum anderen bei einer schnellen Aufeinanderfolge von A und dann B. Bei Freiwerden des Analysators läuft immer A zuerst aus dem Speicher und dann folgt B. Die Bevorzugung von B beim Einlaufen soll damit kompensiert werden.

Koinzidenz-Antikoinzidenz-Zusatz

Für das Differenz-$\gamma$-Spektrometer wurde zur Steuerung der Speicher und des Analysators ein Koinzidenz-Antikoinzidenz-Zusatz entwickelt. Seine Aufgabe ist, koinzidente und antikoinzidente Pulse zu unterscheiden und sie in getrennte Spektren einzuordnen.

Pulse werden als koinzident markiert, wenn beide unteren Diskriminatorschwellen (LLA und LLB) im Doppelverstärker innerhalb einer Koinzidenzauflösungszeit von 0.5 µs überschritten werden und die Speicher über ihre BUSY-Signale melden, daß Speicher A und B frei sind. Anschließend wird durch Abfragen

Die Amplitudenschritte ΔA und ΔB in den Spalten 5 und 6 zeigen eine Nichtlinearität. Sie werden von kleinen zu mittleren Pulsamplituden größer und fallen dann zu größeren Pulsamplituden wieder ab.

Der zweite Teil der Tabelle 2 enthält Ergebnisse über die Summenbildung bei koinzidenten Pulsen. In Spalte 8 (A+B) steht die Summe aus der getrennten Analyse von Puls A und B, während für Spalte 9 (ΣAB) die Summe durch gleichzeitiges Abrufen der Speicher gebildet wurde. In Spalte 10 ist die Differenz (A+B)-ΣAB angegeben.

---

Der Pulsgenerator PG-10 ist eine Entwicklung der Abteilung Elektronik des Hahn-Meitner-Instituts.

indem über den Koinzidenzeingang (KO) des Analysators für die betreffenden Pulse der Eingang gesperrt wird. Man mißt dann entweder nur die beiden koinzidenten oder die beiden antikoinzidenten Spektren. Werden anstelle von vier Spektren nur zwei gemessen, so steht für jedes Spektrum die doppelte Kanalzahl zur Verfügung.

Analysator

Zur Analyse der Spektren wird ein 512-Kanal-Analysator (Nuclear Data, ND-130 AT) benutzt. Die im Differenz-γ-Spektrometer erforderliche Subtraktion zweier Spektren wird nach jeder Messung mit dem elektronischen Rechenwerk ausgeführt.

## 2.4 Prüfung des Differenz-γ-Spektrometers mit einem Pulsgenerator

Auf die Eingänge A und B des Doppelverstärkers werden koinzidente Pulse von einem Pulsgenerator PG-10 gegeben. Nach obiger Beschreibung verläßt A seinen Speicher zuerst (Verweilzeit 7 µs), während B so lange gespeichert bleibt, bis A analysiert ist. Mit Vergrößerung der Pulsamplitude wird die Analysierzeit verlängert und B muß länger gespeichert bleiben. Die Funktion der Speicher läßt sich in Abhängigkeit von der Pulsamplitude kontrollieren.

Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse von Messungen, bei denen die Pulsamplitude in äquidistanten Schritten verändert wurde. Die Spalten 2 und 3 enthalten die gemessenen Kanalzahlen für die Pulse A und B. Aus Spalte 4 (A-B) ist bei kleinen Pulsamplituden zu erkennen, daß die Abweichungen zwischen A und B größer sind als die ermittelten Meßfehler. Der große Fehler für die Pulsamplitude 100 % entsteht durch Übersteuerung des Doppelverstärkers.

# 3 Experimentelle Ergebnisse

## 3.1 Energieeichungen für NaJ, $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A

Die Energieeichung stellt den Zusammenhang zwischen Kanallage K und γ-Energie E dar

$$K = a + bE \ .$$

a ist die Kanallage für den Energie-Nullpunkt und b der Anstieg der Eichgeraden.

Für NaJ soll gelten

$$K_1 = a_1 + b_1 E \ . \qquad (3.1)$$

Spektren aus NaJ enthalten Vollabsorptionspeaks. Ihre Kanallagen werden über der γ-Energie aufgetragen und durch eine Eichgerade verbunden. Aus der Eichgeraden werden $a_1$ und $b_1$ bestimmt.

Für $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A soll gelten

$$K_2 = a_2 + b_2 E \ . \qquad (3.2)$$

In Spektren aus $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A fehlen die im allgemeinen für die Eichung benutzten Vollabsorptionspeaks. Eine Energieeichung aus der Lage der Comptonkanten ist unsicher. Die Messung koinzidenter Summenspektren gibt die Möglichkeit, zuverlässige Energieeichungen für organische Szintillatoren durchzuführen.

Zur Erzeugung koinzidenter Spektren mit einem Differenz-γ-Spektrometer wird die γ-Quelle zwischen beide Szintillatoren gebracht. γ-Quanten, die von einem zum anderen Szintillator rückgestreut werden und auch im zuletzt getroffenen Szintillator eine Wechselwirkung machen, lösen in beiden Szintillatoren koinzidente Signale aus.

Tabelle 2 Prüfung des Differenz-$\gamma$-Spektrometers mit einem Pulsgenerator PG-10. Auf die Eingänge A und B des Doppelverstärkers werden koinzidente Pulse gegeben. Pulsamplitude U = 44 mV, Anstiegszeit $T_r$ = 300 ns, Abfallzeit $T_f$ = 20 µs. Die Tabelle gibt die gemessenen Kanalzahlen wieder.

| U % | A Kanal | B Kanal | A - B Kanal | Δ A Kanal | Δ B Kanal | U % | A + B Kanal | Σ AB Kanal | (A+B)-Σ AB Kanal |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 24.80 ± 0.18 | 23.81 ± 0.06 | 0.99 | | | 10 | 48.61 ± 0.19 | 47.96 ± 0.03 | 0.65 |
| | | | | 23.20 | 23.46 | 15 | | 71.03 ± 0.03 | |
| 20 | 48.00 ± 0 | 47.27 ± 0.15 | 0.73 | | | 20 | 95.27 ± 0.15 | 95.03 ± 0.03 | 0.24 |
| | | | | 23.27 | 23.78 | 25 | | 118.92 ± 0.05 | |
| 30 | 71.27 ± 0.09 | 71.05 ± 0.05 | 0.24 | | | 30 | 142.32 ± 0.10 | 142.53 ± 0.24 | -0.21 |
| | | | | 23.87 | 23.96 | 35 | | 166.55 ± 0.28 | |
| 40 | 95.14 ± 0.12 | 95.01 ± 0.02 | 0.13 | | | 40 | 190.15 ± 0.12 | 190.03 ± 0.04 | 0.12 |
| | | | | 23.99 | 23.99 | 45 | | 213.77 ± 0.15 | |
| 50 | 119.13 ± 0.13 | 119.00 ± 0 | 0.13 | | | 50 | 238.13 ± 0.13 | 237.34 ± 0.10 | 0.79 |
| | | | | 23.85 | 23.92 | | | | |
| 60 | 142.98 ± 0.04 | 142.98 ± 0.03 | 0.06 | | | | | | |
| | | | | 23.50 | 23.73 | | | | |
| 70 | 166.48 ± 0.15 | 166.65 ± 0.25 | -0.17 | | | | | | |
| | | | | 23.48 | 23.31 | | | | |
| 80 | 189.96 ± 0.10 | 189.96 ± 0.02 | 0 | | | | | | |
| | | | | 23.10 | 22.99 | | | | |
| 90 | 213.06 ± 0.23 | 212.95 ± 0.02 | 0.11 | | | | | | |
| | | | | 21.04 | 18.37 | | | | |
| 100 | 234.10 ± 0.69 | 231.32 ± 1.27 | 2.78 | | | | | | |

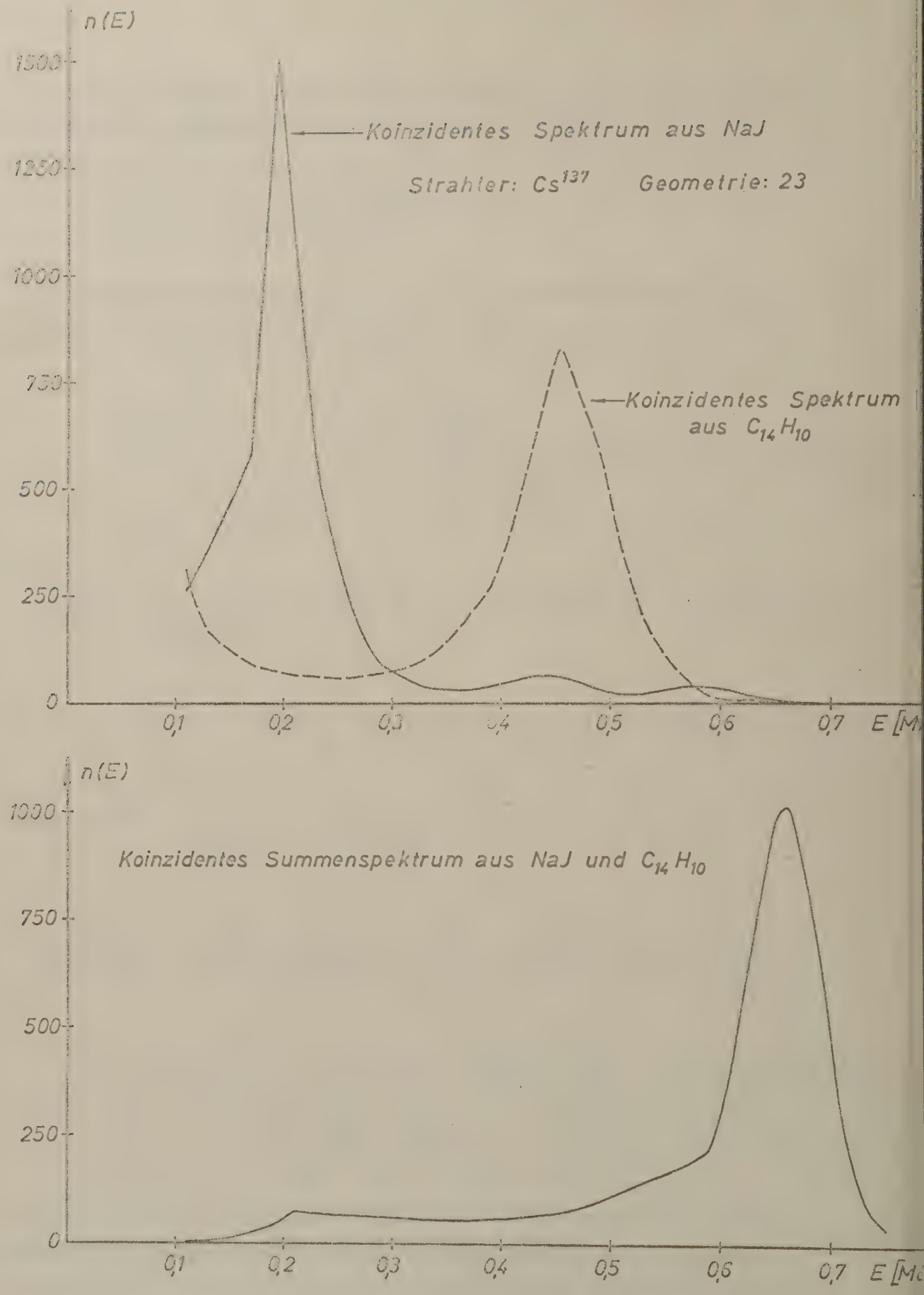



Abb. 2 Messungen: Koinzidente Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$.
Strahler: $Cs^{137}$, Geometrie: 23.

Abb. 2 zeigt im oberen Teil koinzidente Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$. Es ist zu sehen, daß die Rückstreuung von Comptonquanten hauptsächlich in einer Richtung stattfindet, und zwar von $C_{14}H_{10}$ nach NaJ. Für eine primäre γ-Energie von 661 KeV ($Cs^{137}$) beträgt die bei der Rückstreuung auf das Compton-Elektron übertragene Energie etwa 460 KeV und liegt damit nahe bei der Energie der Comptonkante ($E_C$ = 478 KeV). Das Compton-Quant mit der restlichen Energie von rund 200 KeV wird in NaJ absorbiert. Rückstreuungen in der umgekehrten Richtung von NaJ nach $C_{14}H_{10}$ werden kaum gemessen, wie aus dem niedrigen Anteil um 460 KeV im koinzidenten Spektrum aus NaJ zu erkennen ist (Abb. 2). Das beruht einmal auf dem Einfluß des Photoeffekts in NaJ und wird zum anderen bewirkt durch die unteren Energieschwellen, die in den Verstärkern des Differenz-γ-Spektrometers eingestellt sind. Die von NaJ nach $C_{14}H_{10}$ rückgestreuten γ-Quanten erleiden in $C_{14}H_{10}$ nur Teilabsorptionen, bei denen die absorbierte Energie vielfach unter der eingestellten Energieschwelle liegt und somit keine Koinzidenz registriert wird. (Kapitel 2.3). Monte-Carlo-Rechnungen haben gezeigt, daß bei einer Energieschwelle von 80 KeV und der primären γ-Energie von 661 KeV nur 25 % der Rückstreuungen von NaJ nach $C_{14}H_{10}$ koinzidente Signale auslösen. Durch die Wahl der Energieschwelle kann man die Anzahl der Koinzidenzen beeinflussen.

Im unteren Teil der Abb. 2 ist das koinzidente Summenspektrum aus NaJ und $C_{14}H_{10}$ zu sehen. Der Peak liegt bei der primären γ-Energie von 661 KeV.

Die Kanallagen $K_\Sigma$ der Vollabsorptionspeaks in koinzidenten Summenspektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$ ergeben sich aus (3.1) und (3.2)

$$K_\Sigma = K_1 + K_2 = a_1 + b_1E_1 + a_2 + b_2E_2 \quad , \qquad (3.3)$$

wobei $E_1 + E_2 = E_\gamma$ ist ($E_\gamma$ = primäre γ-Energie).

peak im Spektrum aus NaJ hat, dann erhält man aus koinzidenten Summenspektren oberhalb eines genügend großen $E_\gamma$ ($E_\gamma$ > 0.511 MeV) für die Energieeichung annähernd eine Gerade, aus deren Anstieg sich b und in guter Näherung auch $b_2$ bestimmen lassen.

Mit dem so ermittelten $b_2$ und einer Energieeichung für NaJ (Bestimmung von $a_1$ und $b_1$) folgt $a_2$ aus (3.3)

$$a_2 = K_\Sigma - (a_1 + b_1 E_1 + b_2 E_2) .$$

$E_1$ ist die Energie des Rückstreupeaks im koinzidenten Spektrum aus NaJ und es ist $E_2 = E_\gamma - E_1$.

Tabelle 3 Energiebestimmung für koinzidente Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$

| Nuklid | $E_\gamma$ MeV | $E_1$ MeV | $E_2$ MeV | $E_1+E_2$ MeV | D KeV | $E_c$ MeV | $E_2-E_c$ KeV |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hg-203 | 0.279 | 0.145 | 0.136 | 0.281 | +2 | 0.146 | -10 |
| In-113m | 0.393 | 0.165 | 0.225 | 0.390 | -3 | 0.238 | -13 |
| Cs-137 | 0.661 | 0.199 | 0.464 | 0.663 | +2 | 0.478 | -14 |
| Mn-54 | 0.835 | 0.210 | 0.626 | 0.836 | +1 | 0.640 | -14 |
| Zn-65 | 1.114 | 0.227 | 0.885 | 1.112 | -2 | 0.906 | -21 |

Als Beispiel sind in Tabelle 3 Ergebnisse zusammengestellt, die aus Energieeichungen für NaJ und $C_{14}H_{10}$ erhalten wurden. Mit gemessenen Kanalzahlen $K_1$ und $K_2$ für die Peaks aus koinzidenten Spektren wurden nach (3.1) und (3.2)

$$E_1 = \frac{K_1 - a_1}{b_1} \quad \text{und} \quad E_2 = \frac{K_2 - a_2}{b_2}$$

berechnet. In der Tabelle 3 bedeutet D die Differenz

Für die Energie $E_2$ des Peaks im Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ kann man als Näherung die Energie der Comptonkante $E_c$ einsetzen (Abb. 2). Dann ist

$$E_2 = E_c \text{ und } E_1 = E_\gamma - E_c \,.$$

Der Zusammenhang zwischen $E_c$ und der Primärenergie $E_\gamma$ lautet

$$E_c = \frac{1}{1+\frac{0{,}511}{2E_\gamma}} \; E_\gamma \,.$$

Setzt man weiter $b_2 = b_1 + \Delta b$, so erhält man aus (3.3)

$$K_\Sigma = a_1 + a_2 + b_2 E_\gamma - \Delta b \left\{ 1 - \frac{1}{1+\frac{0.511}{2E_\gamma}} \right\} E_\gamma \,.$$

Differentiation von $K_\Sigma$ nach $E_\gamma$ ergibt

$$b = \frac{dK_\Sigma}{dE_\gamma} = b_2 - \frac{1}{\left(1+\frac{2E_\gamma}{0.511}\right)^2} \; \Delta b \,. \qquad (3.4)$$

Für 3 verschiedene primäre γ-Energien führt die Formel (3.4) zu folgenden Ergebnissen:

$$E_\gamma = 0.511 \text{ MeV} \rightarrow \; b = b_2 - \frac{1}{9} \; \Delta b$$

$$E_\gamma = 1.022 \text{ MeV} \rightarrow \; b = b_2 - \frac{1}{25} \; \Delta b$$

$$E_\gamma = 1.533 \text{ MeV} \rightarrow \; b = b_2 - \frac{1}{49} \; \Delta b$$

Wählt man die experimentellen Bedingungen so, daß $\Delta b$ klein ist, d.h. der Vollabsorptionspeak im koinzidenten Summenspektrum etwa die gleiche Kanallage wie der Vollabsorptions-

$x_p$ und $x_o$ werden oft voneinander abweichen, da die Peakspitze im allgemeinen nicht genau in der Mitte des gemessenen Kanal $x_o$ liegt.

Werden alle gemessenen Pulszahlen im Bereich des Peaks auf $n(x_o)$ bezogen, so erhält man aus (3.5) und (3.7)

$$\frac{n(x)}{n(x_o)} = e^{-\frac{\alpha^2}{x_p^2}\left\{(x - x_p)^2 - (x_o - x_p)^2\right\}}.$$

Nach Logarithmieren und Wurzelziehen folgt

$$\pm\sqrt{-\ln\frac{n(x)}{n(x_o)}} = \frac{\alpha}{x_p}(x - x_p)\sqrt{1 - \left(\frac{x_o - x_p}{x - x_p}\right)^2}. \qquad (3.8)$$

Mit wachsendem Abstand $|x - x_p|$ von der Peakspitze wird die Bedingung

$$\left(\frac{x_o - x_p}{x - x_p}\right)^2 \ll 1 \qquad (3.9)$$

schnell erfüllt und für (3.8) läßt sich dann die Näherung

$$\pm\sqrt{-\ln\frac{n(x)}{n(x_o)}} = \frac{\alpha}{x_p}(x - x_p)$$

anwenden.

Man trägt $\pm\sqrt{-\ln\frac{n(x)}{n(x_o)}}$ als Funktion von x auf und ermittelt die Ausgleichgerade. In der Nähe der Peakspitze können die Meßpunkte für $\pm\sqrt{-\ln\frac{n(x)}{n(x_o)}}$ von der Ausgleichgeraden abweichen, da die Bedingung (3.9) für kleine Abstände $|x - x_p|$ nicht mehr erfüllt zu sein braucht. Der Schnittpunkt der Ausgleichgeraden mit der Abzisse ist $x_p$. Damit ist die Lage der Peakspitze bestimmt. Aus dem Anstieg $\frac{\alpha}{x_p}$ wird die Größe $\alpha$ entnommen.

$D = (E_1 + E_2) - E_\gamma$. D gibt einen Überblick über die Genauigkeit der Energiebestimmung für $E_1$ und $E_2$. Sie ist in allen Fällen besser als 1 %. Die letzte Spalte gibt an, wie weit die Energie $E_2$ für den Peak im koinzidenten Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ unterhalb von $E_c$ liegt.

## 3.2 Bestimmung des Auflösungsvermögens von NaJ

Es wurden Differenz-γ-Spektren gemessen, die im wesentlichen aus Vollabsorptionspeaks bestanden. Für die Form der Peaks wird eine Normalverteilung angenommen

$$n(x) = n(x_p)\, e^{-\frac{\alpha^2}{x_p^2}(x - x_p)^2} . \qquad (3.5)$$

Es bedeuten

$n(x)$ = Pulszahl in Kanal x
$x_p$ = Kanallage der Peakspitze

Die Größe α ist mit dem Auflösungsvermögen R durch die Beziehung

$$\alpha = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{R} = \frac{1.665}{R}$$

verbunden, was sich aus (3.5) ableiten läßt.

Für die Halbwertsbreite H folgt dann

$$H = R \cdot E = \frac{1.665 \cdot E}{\alpha} . \qquad (3.6)$$

Der Kanal, für den im Experiment die höchste Pulszahl gemessen wird, sei $x_o$.

Dann ist

$$n(x_o) = n(x_p)\, e^{-\frac{\alpha^2}{x_p^2}(x_o - x_p)^2} . \qquad (3.7)$$

## 3.3 Bestimmung des Auflösungsvermögens von $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A

Es läßt sich zeigen, daß die Summe zweier normal-verteilter Zufallsvariablen $X_1 + X_2 = Z$, deren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{3.12}$$

mit der Varianz $\sigma^2$ und

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\tau} e^{-\frac{(z-x)^2}{2\tau^2}} \tag{3.13}$$

mit der Varianz $\tau^2$ sind, wieder normalverteilt ist. Die Dichtefunktion für die Summe lautet

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2+\tau^2}} e^{-\frac{z^2}{2(\sigma^2+\tau^2)}} \tag{3.14}$$

mit der Varianz $\alpha^2 + \tau^2$.

Für die Quadrate der Halbwertsbreiten erhält man aus (3.12), (3.13) und (3.14)

$$\begin{aligned} H_1^2 &= 8 \cdot \ln 2 \cdot \sigma^2 \\ H_2^2 &= 8 \cdot \ln 2 \cdot \tau^2 \\ H_\Sigma^2 &= 8 \cdot \ln 2 \cdot (\sigma^2 + \tau^2) = H_1^2 + H_2^2 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Es wurden die koinzidenten Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A sowie das koinzidente Summenspektrum gemessen. Für diese Messungen erhält man aus (3.15)

$$H_2 = \sqrt{H_\Sigma^2 - H_1^2} .$$

$H_\Sigma$ ist die gemessene Halbwertsbreite vom Vollabsorptionspeak

Für $\alpha$ wurde eine lineare Abhängigkeit von $\sqrt{E}$ festgestellt

$$\alpha = A + B\sqrt{E} \quad . \tag{3.10}$$

Die Konstante A ist dimensionslos, B hat die Dimension $E^{-1/2}$. Das Auflösungsvermögen R und die Halbwertsbreite H werden aus $\alpha$ nach (3.6) berechnet.

Nach Fertigstellung dieser Arbeit wurde ein Verfahren von Mundschenk [11] bekannt, bei dem nicht das Verhältnis $\frac{n(x)}{n(x_o)}$ sondern das Verhältnis der um z Kanäle voneinander entfernten Pulszahlen $\frac{n(x+z)}{n(x)}$ zur Bestimmung von $x_p$ und $\alpha$ verwendet wird.

Dabei ergibt

$$\ln \frac{n(x+z)}{n(x)} = - \frac{2z\alpha^2}{x_p^2} \quad ( x + \tfrac{1}{2} z - x_p)$$

oder auf dekadische Logarithmen übertragen

$$\log \frac{n(x+z)}{n(x)} = - \frac{2z\alpha^2}{2.303 x_p^2} \quad (x + \tfrac{1}{2} z - x_p) \quad . \tag{3.11}$$

Auf Logarithmenpapier mit halblogarithmischer Einteilung wird (3.11) durch eine Gerade wiedergegeben. Ihr Schnittpunkt mit der X-Achse ist $x_s$ und damit folgt für die Lage der Peakspitze

$$x_p = x_s + \tfrac{1}{2} z \quad .$$

$\alpha$ ist aus dem Anstieg der Geraden abzulesen, Halbwertsbreite und Auflösungsvermögen werden nach (3.6) bestimmt. Bei dieser Methode von Mundschenk ist in der mathematischen Ableitung keine Näherung zu berücksichtigen.

Tabelle 4 $\alpha$, Auflösungsvermögen R und Halbwertsbreite H

| Szintillator | Nuklid | E MeV | $\sqrt{E}$ $MeV^{1/2}$ | $1/\sqrt{E}$ $MeV^{-1/2}$ | $\alpha$ | R % | H keV |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NaJ-Bohrlochkristall | Cd-109 | 0.088 | 0.297 | 3.36 | 9.0 | 18.4 | 16.2 |
| (3" x 3") | In-113m | 0.393 | 0.626 | 1.60 | 14.6 | 11.4 | 44.6 |
| | Cs-137 | 0.661 | 0.813 | 1.23 | 17.6 | 9.5 | 62.5 |
| | Mn-54 | 0.835 | 0.914 | 1.10 | 19.2 | 8.7 | 72.4 |
| | Zn-65 | 1.114 | 1.054 | 0.95 | 21.6 | 7.7 | 86.2 |
| | Na-22 | 1.780 | 1.334 | 0.75 | 26.0 | 6.4 | 114.0 |
| NaJ-Vollkristall | Hg-203 | 0.279 | 0.528 | 1.89 | 14.3 | 11.6 | 32.5 |
| (3" x 3") | In-113m | 0.393 | 0.626 | 1.60 | 16.3 | 10.2 | 40.2 |
| | Cs-137 | 0.661 | 0.813 | 1.23 | 21.2 | 7.8 | 52.0 |
| | Mn-54 | 0.835 | 0.914 | 1.10 | 24.0 | 6.9 | 57.9 |
| | Zn-65 | 1.114 | 1.054 | 0.95 | 27.5 | 6.1 | 67.4 |
| $C_{14}H_{10}$ | Hg-203 | 0.134 | 0.366 | 2.73 | 7.2 | 23.0 | 30.9 |
| (Ø=2,5" H=1") | In-113m | 0.228 | 0.478 | 2.09 | 8.8 | 18.9 | 43.1 |
| | Cs-137 | 0.462 | 0.680 | 1.47 | 10.8 | 15.4 | 71.3 |
| | Mn-54 | 0.625 | 0.791 | 1.26 | 12.3 | 13.6 | 84.8 |
| | Zn-65 | 0.887 | 0.942 | 1.06 | 14.2 | 11.8 | 104.2 |
| NE 102 A | Cs-137 | 0.462 | 0.680 | 1.47 | 9.0 | 18.5 | 85.7 |
| (3" x 3") | Mn-54 | 0.625 | 0.791 | 1.26 | 10.4 | 16.0 | 99.9 |
| | Zn-65 | 0.887 | 0.942 | 1.06 | 12.3 | 13.5 | 119.8 |

im koinzidenten Summenspektrum. Die Halbwertsbreite $H_1$ für NaJ erhält man aus (3.6) und (3.10)

$$H_1 = \frac{1.665 \cdot E_R}{\alpha} = \frac{1.665 \cdot E_R}{A+B\sqrt{E_R}} .$$

Dabei ist $E_R$ die Energie des Rückstreupeaks im koinzidenten Spektrum aus NaJ. Die Konstanten A und B stammen aus Messungen von $\alpha$ für NaJ (Kapitel 3.2).

$H_2$ ist die zu bestimmende Halbwertsbreite für $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A. Sie gilt für die Energie $E = E_\gamma - E_R$. Aus der Halbwertsbreite werden nach (3.6) das Auflösungsvermögen R und die Größe $\alpha$ berechnet. Für $C_{14}H_{10}$ wie auch für NE 102 A zeigt $\alpha$ wieder die Form (3.10).

## 3.4 Ergebnisse für $\alpha$, R und H

Bei den in Experimenten benutzten NaJ-Kristallen und organischen Szintillatoren, sie sind in Kapitel 2.3 angegeben, wurden für $\alpha$ folgende Ergebnisse erhalten:

| | | |
|---|---|---|
| NaJ-Vollkristall: | $\alpha = 0.6 + 25{,}5\sqrt{E}$; | A/B = 0.024 |
| NaJ-Bohrlochkristall: | $\alpha = 4.2 + 16.5\sqrt{E}$; | A/B = 0.26 |
| $C_{14}H_{10}$: | $\alpha = 3.0 + 11.9\sqrt{E}$; | A/B = 0.25 |
| NE 102 A: | $\alpha = 0.5 + 12{,}5\sqrt{E}$; | A/B = 0.04 |

Die Energie E wurde dabei in MeV angegeben.

Die Größe $\alpha$ wird für die Energieverschmierung von Spektren in Monte-Carlo-Rechnungen gebraucht (Anhang 9.3). Sie ermöglicht es, die experimentell gemessenen Normalverteilungen in den Rechnungen nachzubilden.

In Tabelle 4 sind alle Messergebnisse von $\alpha$, R und H zusammengestellt und in Abb. 3 ist ihr Verlauf in Form von Kurven gezeichnet, für die folgende Darstellungen gewählt wurden:

$$\alpha = A + B\sqrt{E}$$

$$H = \frac{1.665 \cdot E}{\alpha} = \frac{1.665}{B\left(1+\frac{A}{B\sqrt{E}}\right)} \cdot \sqrt{E}$$

$$R = \frac{H}{E} = \frac{1.665}{\alpha} = \frac{1.665}{B\left(1+\frac{A}{B\sqrt{E}}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}}$$

Das Verhältnis A/B bestimmt die Krümmung der Kurven. Vermutlich spiegelt A/B Eigenschaften für die Überführung der Szintillationen auf die Photokathode des Multipliers wieder; und zwar wird A/B größer, je schlechter die Überführung ist. Von Bohrlochkristallen weiß man, daß sie bei ihnen ungünstiger ist als bei Vollkristallen. Der verwendete $C_{14}H_{10}$-Kristall ist mit keiner Reflexionsschicht versehen, sondern nur in hochglanzpoliertes Aluminium gekapselt. Damit sind die Reflexionseigenschaften auch für ihn nicht besonders günstig. Für NaJ-Bohrlochkristall und $C_{14}H_{10}$-Kristall sind die Werte für A/B deutlich größer als beim NaJ-Vollkristall und dem NE 102 A-Szintillator, die beide mit guter Reflexionsschicht versehen sind.

## 3.5 Messungen mit dem Differenz-$\gamma$-Spektrometer

In Abb. 4 sind alle Geometrien für Differenz-$\gamma$-Spektrometer zusammengestellt, die im experimentellen und mathematischen Teil besprochen werden. Die Geometrien sind durch Nummern

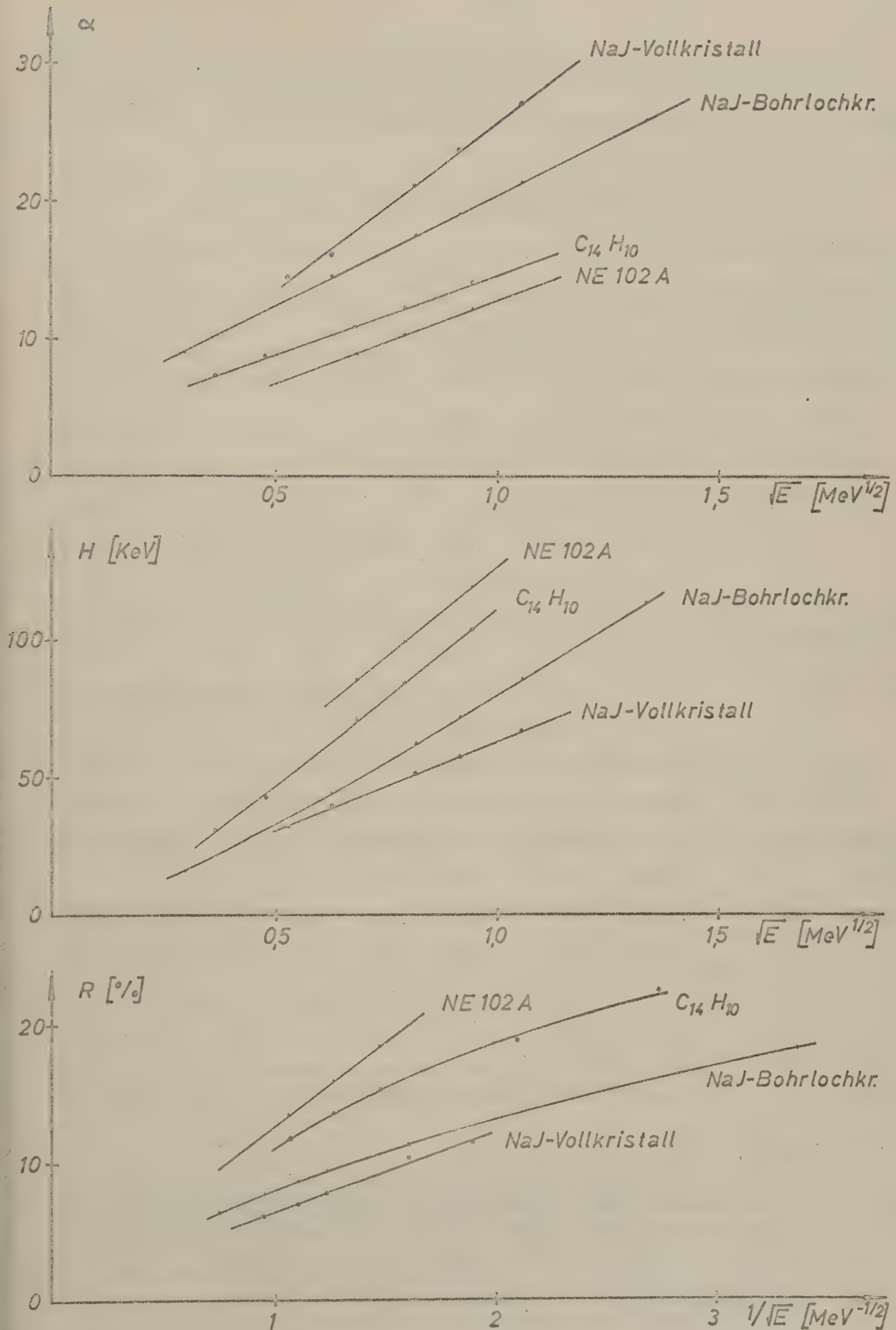



Abb. 3 Messungen: α, Halbwertsbreite H und Auflösungsvermögen R für verschiedene Szintillatoren (Tabelle 4 ).

gekennzeichnet, die im Text und auf Abbildungen zitiert werden.

Mit den Szintillatorkombinationen NaJ/$C_{14}H_{10}$ und NaJ/NE 102 A wurden zahlreiche Differenz-γ-Spektren aufgenommen. Als γ-Strahler wurden dabei verwendet: $In^{113m}$ (0.393 MeV), $Cs^{137}$ (0.661 MeV), $Mn^{54}$ (0.835 MeV) und $Zn^{65}$ (0.511, 1.114 MeV). Während der Messung befanden sich die γ-Quellen zwischen den Szintillatoren.

Für die Differenz-γ-Spektrometrie wird angestrebt, daß das Compton-Kontinuum aus NaJ und das Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A möglichst proportional zueinander sind. Annähernd erreichen läßt sich das, wenn man die koinzidenten Pulse, die durch Rückstreuung von einem zum anderen Szintillator entstehen, unterdrückt. Als Beispiel dafür werden in Abb. 5 Messungen von $Cs^{137}$ gezeigt, die mit einem Differenz-γ-Spektrometer gemacht wurden, daß die Szintillatorkombination NaJ/$C_{14}H_{10}$ enthält. Der NaJ-Kristall ist in rostfreiem Stahl gekapselt. Das Spektrometer wird durch die Geometriennummer G = 23 gekennzeichnet. In den später beschriebenen Monte-Carlo-Rechnungen wird die Stahlkapselung durch einen Fe-Absorber vor dem NaJ-Kristall ausgedrückt.

In Abb. 5 sind links die Spektren aus einer Messung, bei der alle Pulse registriert wurden dargestellt, und rechts sind die Spektren aus einer Messung, in der die koinzidenten Pulse unterdrückt wurden (antikoinzidente Spektren) zu sehen. In halblogarithmischer Darstellung läßt sich die Proportionalität bei den antikoinzidenten Spektren gut erkennen. Die unteren Diskriminatorschwellen in den Verstärkern waren auf 100 KeV eingestellt.

Abb. 6 zeigt das nach der Messung durch Subtraktion der antikoinzidenten Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$ gebildete Differenz-γ-Spektrum. Der Faktor für die Subtraktion betrug 1.48. Außerdem sind das Compton-Kontinuum aus NaJ und das Spektrum aus

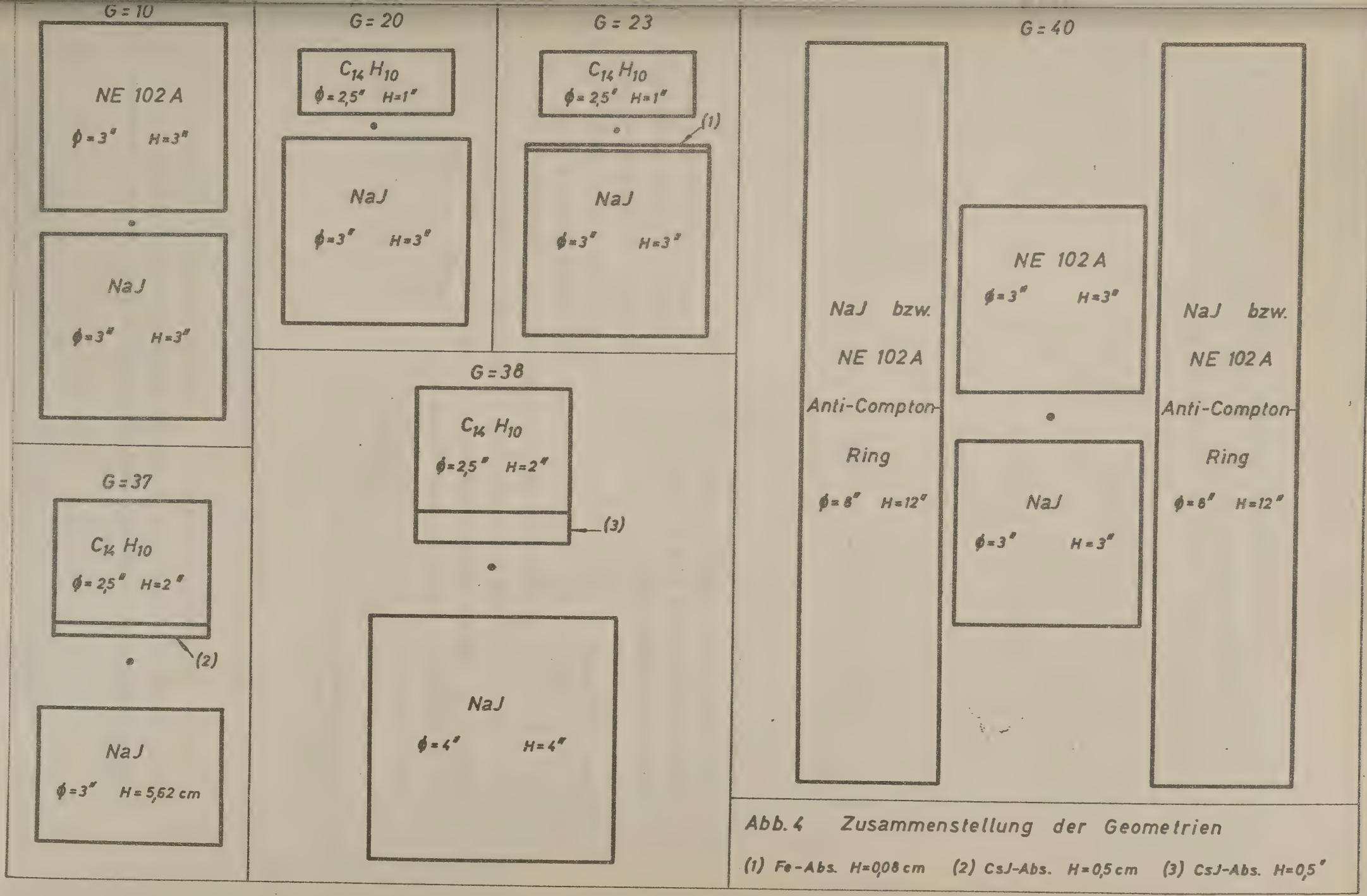



Abb. 4 Zusammenstellung der Geometrien

(1) Fe-Abs. H=0,08 cm (2) CsJ-Abs. H=0,5 cm (3) CsJ-Abs. H=0,5″

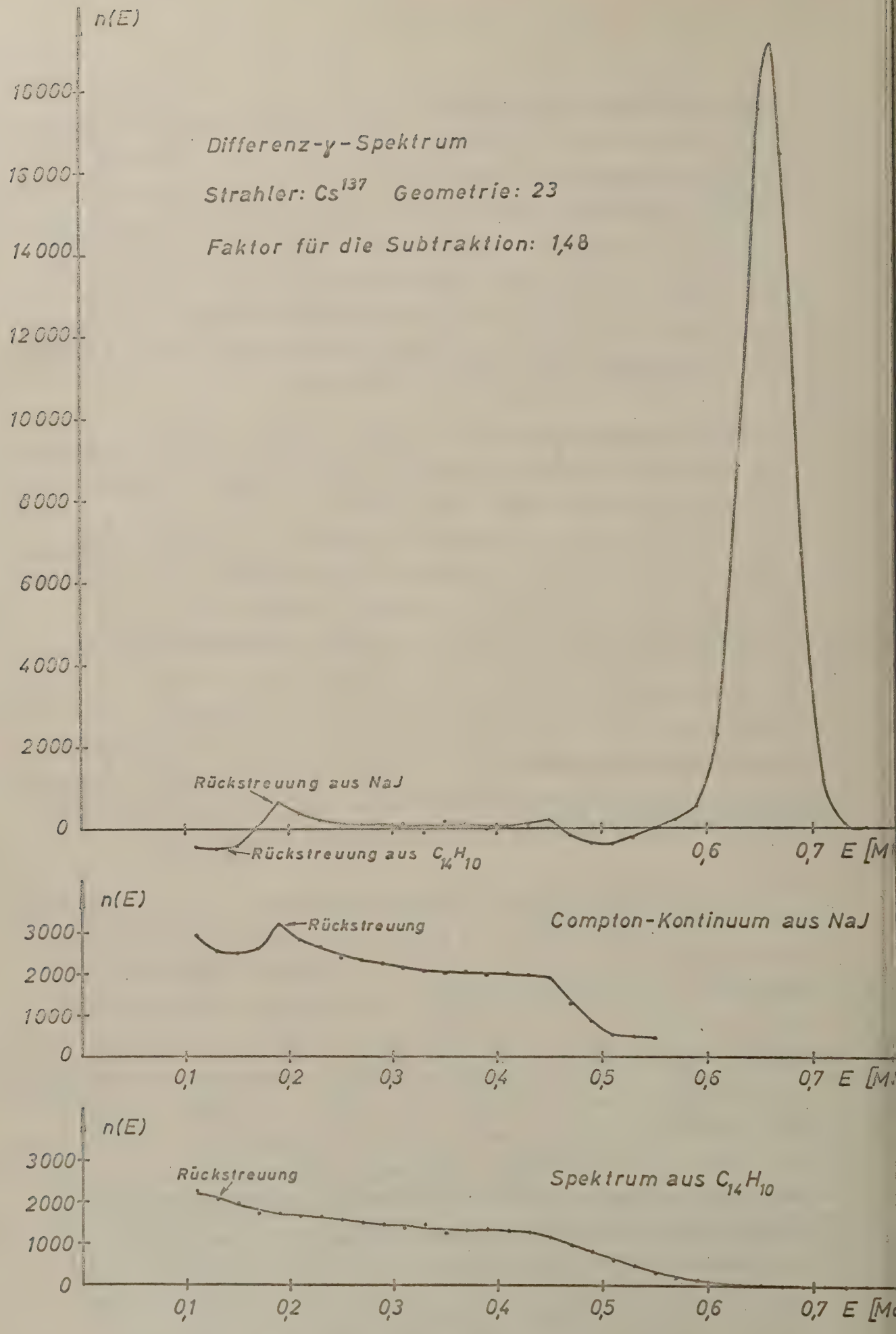



Abb. 6 Messung: Differenz-γ-Spektrum. Strahler: $Cs^{137}$, Geometrie: 23.

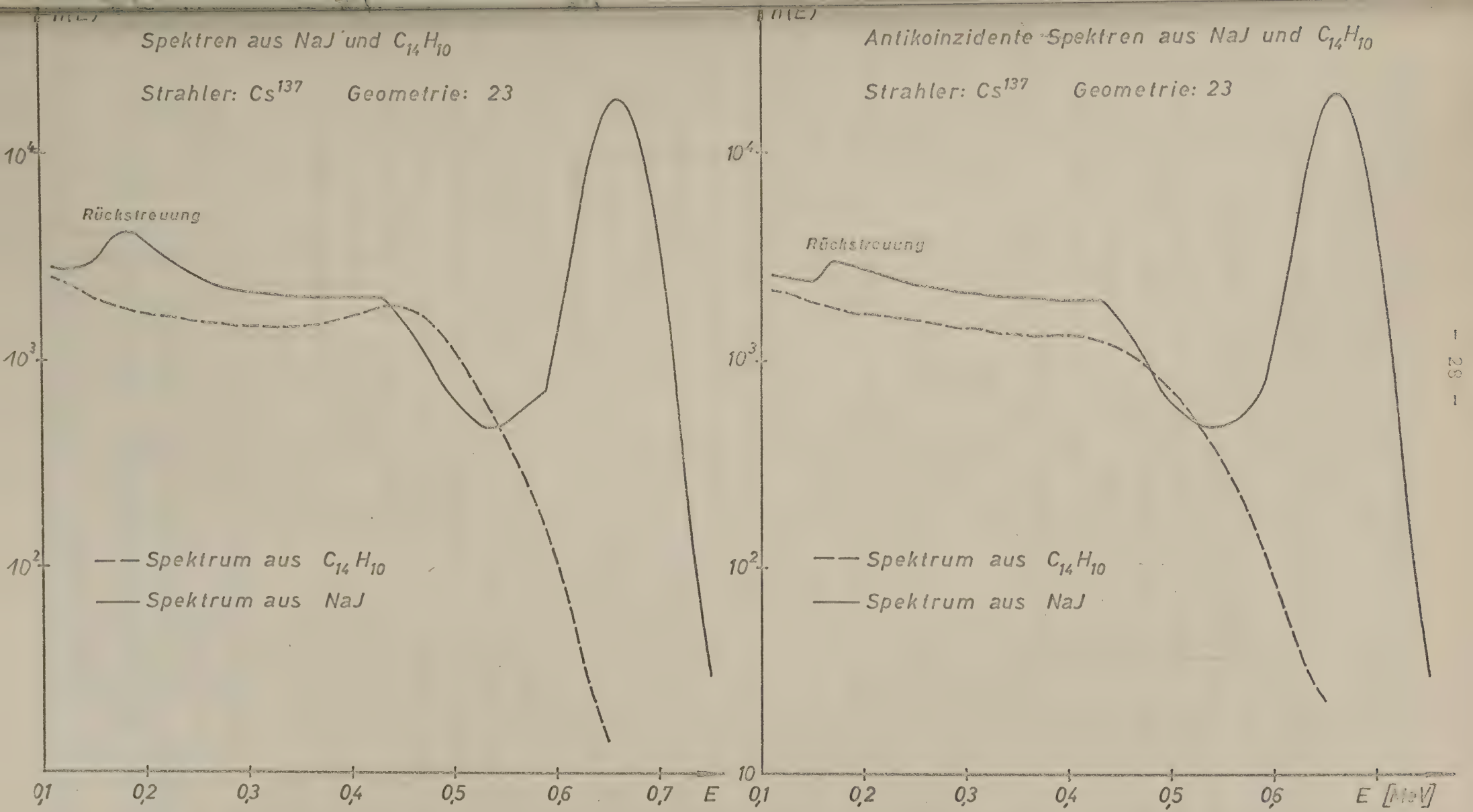



Abb. 5 Messungen: Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$. Strahler: $Cs^{137}$, Geometrie: 23.

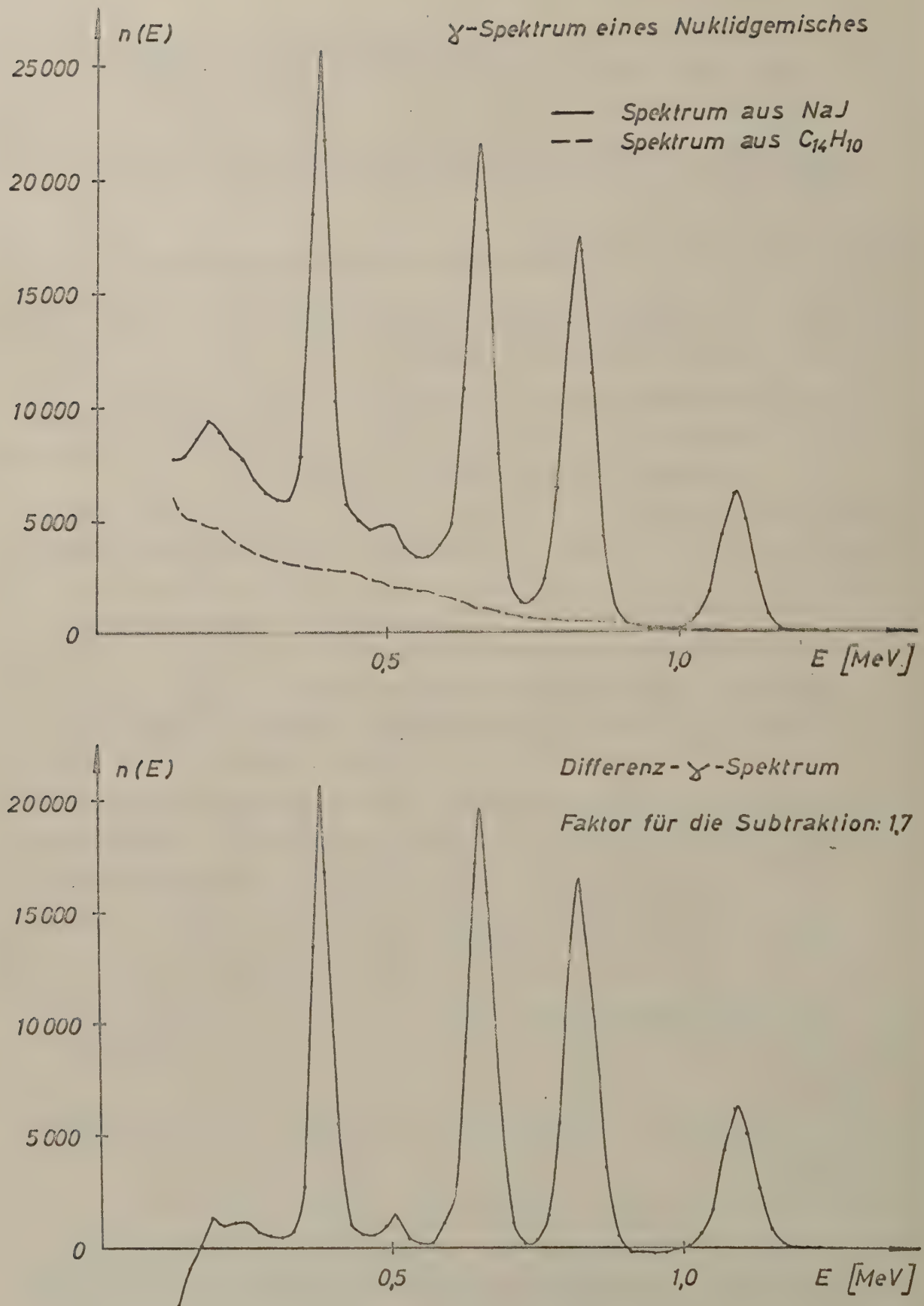



Abb. 7 Messung eines Nuklidgemisches aus $In^{113m}$, $Cs^{137}$, $Mn^{54}$ und $Zn^{65}$

$C_{14}H_{10}$ getrennt dargestellt. Die verschiedenen Steilheiten der Comptonkanten in diesen beiden Spektren wirken sich im Differenz-γ-Spektrum ungünstig aus. Im Energiebereich um die Comptonkante ist hier in Richtung wachsender γ-Energien zunächst ein Ansteigen und dann ein Abfall des Spektrums ins Negative zu beobachten. Rückstreuungen von Materialien, die die Szintillatoren umgeben (Szintillatorfassung und Reflektor, Glas über der Photokathode des Multipliers) lassen sich durch die Differenzbildung nicht eliminieren.

In allen Experimenten wurde festgestellt, daß der Faktor für die Subtraktion energieabhängig ist. Um eine Vielzahl von Messungen untereinander vergleichen zu können, wurde jeweils der Faktor für das Differenz-γ-Spektrum aus $Cs^{137}$ auf Eins normiert. Bei einem Differenz-γ-Spektrometer, das die Szintillatoren NaJ und $C_{14}H_{10}$ enthält, änderte sich der auf diese Weise normierte Faktor im Energiebereich von 0.393 bis 1.114 MeV von etwa 0.7 auf 1.3. Für 0.661 MeV ($Cs^{137}$) betrug er laut Normierungsbedingung Eins. Mit steigender γ-Energie wurde der Faktor also größer. Absorber vor dem Anthrazen- oder Plastikszintillator zum Ausgleich des Faktors wurden ungern benutzt, da jedes Material in der Nähe der Szintillatoren zu unerwünschten Rückstreuungen Anlaß gibt.

Trotz der festgestellten Energieabhängigkeit des Faktors für die Subtraktion gelang es, mit einem einheitlichen Faktor den Compton-Untergrund in einem Differenz-γ-Spektrum, das mehrere γ-Energien enthielt, weitgehend zu eliminieren. Das zeigt die Abb. 7. Es wurden vier γ-Strahler gemeinsam gemessen. Die dabei mit NaJ und $C_{14}H_{10}$ gemessenen antikoinzidenten Spektren sind im oberen Teil der Abb. 7 zu sehen. Unten ist das zugehörige Differenz-γ-Spektrum dargestellt. In ihm haben sich ein Teil der Fehler, die bei Benutzung eines konstanten Faktors in den einzelnen Differenz-γ-Spektren der vier Komponenten auftreten würden, gegenseitig kompensiert.
Als Faktor für die Subtraktion ist hier der wirklich be-

# 4. Monte-Carlo-Rechenprogramm

## 4.1 Monte-Carlo-Methode zur Berechnung von γ-Spektren

Der Weg eines γ-Quants durch absorbierende Materie läßt sich mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode rechnerisch verfolgen. Die Wirkungsquerschnitte für Photo-, Compton- und Paareffekt müssen bekannt sein. Die statistische Natur der Elementarprozesse wird durch einen Zufallszahlengenerator (Anhang 9.2) nachgebildet.

Zufallsvariablen beim Durchgang von γ-Quanten durch Materie sind die Häufigkeiten von Photo-, Compton- und Paareffekt sowie Ausbreitungsrichtung und Weglänge primärer und sekundärer Teilchen.

Das Prinzip der Monte-Carlo-Methode sei kurz erläutert. Ausführliche Beschreibungen sind in [13 - 16] zu finden.

Die Wahrscheinlichkeit P, daß eine Zufallsvariable X nicht größer als x ist, wird durch die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

beschrieben. f(x) nennt man die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

Die Wahrscheinlichkeit für das sichere Ereignis ist

$$F(\infty) = P(X \leq \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \ .$$

Es gilt somit für die Wahrscheinlichkeit P

$$0 \leq P \leq 1 \ .$$

nutzte Faktor angegeben und nicht ein für Vergleichszwecke normierter Faktor. Undeutlich erscheinende Peaks in normalen Spektren aus NaJ, wie es hier der 0.51 MeV Peak vom $Zn^{65}$ ist, werden im Differenz-γ-Spektrum deutlich hervorgehoben.

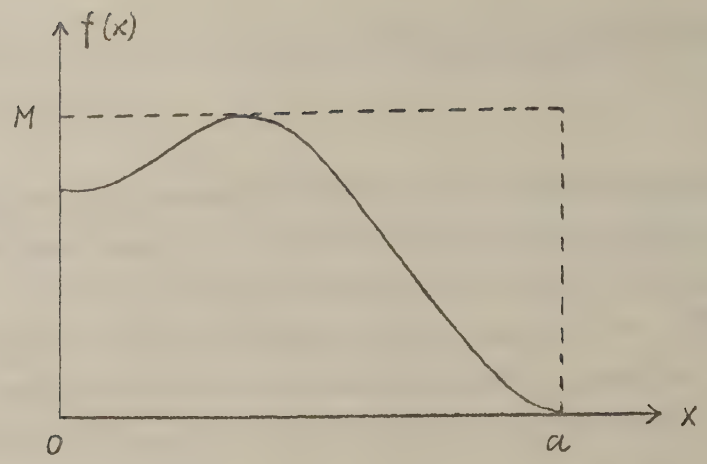
Die Experimente haben drei Tatsachen gezeigt:

a) Differenz-γ-Spektren werden verbessert, wenn koinzidente Pulse unterdrückt werden.

b) Die verschiedenen Steilheiten der Comptonkanten in Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A wirken sich ungünstig auf das Differenz-γ-Spektrum aus.

c) Der Faktor für die Subtraktion ist energieabhängig.

Da eine Erweiterung der Experimente über den Einsatz der zur Verfügung stehenden Szintillatoren hinaus nicht beabsichtigt war, sollen weitere Erkenntnisse für Verbesserungen in der Differenz-γ-Spektrometrie aus den nachfolgend beschriebenen Monte-Carlo-Rechnungen gezogen werden. Für sie gibt es in bezug auf Größe und Material der Szintillatoren keine Beschränkung mehr. Was im Experiment festgestellt wurde, sei es positiv oder negativ zu bewerten, muß sich auch in vergleichbaren Rechenergebnissen zeigen. Damit eröffnet sich ein Weg, mit Hilfe des Experiments die Zuverlässigkeit von Ergebnissen aus den sehr umfangreichen Monte-Carlo-Rechnungen zu prüfen.




Das Maximum der Dichtefunktion f(x) wird mit M bezeichnet. Mit einer Zufallszahl $z_1$ wird ein in (0, a) gleichverteiltes x berechnet

$$x = az_1 \qquad (0 < z_1 < 1)$$

Für eine zweite Zufallszahl wird die Frage gestellt

$$z_2 \leqq \frac{f(x)}{M} \quad ? \qquad (0 < z_2 < 1)$$

Lautet die Antwort ja, so wird x akzeptiert, lautet sie nein, so wird x verworfen (reject). Auf die Zeichnung übertragen bedeutet das, für alle Punkte mit den Koordinaten x und $Mz_2$, die unterhalb oder auf der Kurve f(x) liegen, wird x akzeptiert.

Mit Empfindlichkeit $\eta$ wird der Anteil der akzeptierten Ereignisse an der Gesamtzahl der durchgespielten Ereignisse bezeichnet. Aus der obigen Zeichnung ist $\eta$ abzulesen

$$\eta = \frac{\int_0^a f(x)\,dx}{aM} = \frac{1}{aM} \leqq 1$$

Bei der Bestimmung von x aus der Umkehrfunktion $F^{-1}(z)$ ist die Empfindlichkeit 1, da zu jedem z ein x erhalten wird.

Die Transformationseigenschaften von Zufallsvariablen besagen: Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Zufallsvariable Z nicht größer als z ist, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, daß die Zufallsvariable X = h (Z) nicht größer als x = h (z) ist. Dabei wird vorausgesetzt, daß x = h(z) eine monoton wachsende Funktion ist.

$$P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{z} g(z)\,dz = P\{X=h(Z) \leq x=h(z)\} = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \qquad (4.1)$$

Mit der Dichtefunktion

$$g(z) = \begin{cases} 0 \text{ für } z < 0 \\ 1 \text{ für } 0 \leq z \leq 1 \\ 0 \text{ für } z > 1 \end{cases} \qquad (4.2)$$

ist z in [0,1] gleichverteilt (die eckigen Klammern bezeichnen das abgeschlossene Intervall). Setzt man die Dichtefunktion (4.2) in (4.1) ein, so erhält man

$$\int_{-\infty}^{z} g(z)\,dz = \int_{0}^{z} dz = z = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = F(x) \; . \qquad (4.3)$$

Der Zufallszahlengenerator, der hier benutzt wird, liefert Zufallszahlen z, die im offenen Intervall (0,1) gleichverteilt sind. Mit diesem Zufallszahlengenerator läßt sich die Verteilung einer Zufallsvariablen X, deren Dichtefunktion f(x) ist, erzeugen, indem nach (4.3) zu jeder Zufallszahl z das zugehörige x berechnet wird.

In vielen Fällen ist es nicht möglich, die Lösung $x=F^{-1}(z)$ zu erhalten, weil sich die Umkehrfunktion $F^{-1}(z)$ nicht bilden läßt. Manchmal ist es auch im Hinblick auf erforderliche Rechenzeit nicht sinnvoll, $F^{-1}(z)$ zu berechnen. Dann wird die "rejection technique" angewandt, die sich in ihren Grundzügen anhand nachfolgender Zeichnung erklären läßt.

Im speziellen liegen dem Rechenprogramm A 50 folgende Bedingungen zugrunde:

1. Zylindersymmetrische Geometrie des Spektrometers mit zwei einander gegenüberstehenden zylinderförmigen Szintillatoren. Die punktförmige γ-Strahlenquelle ist monoenergetisch und liegt zwischen beiden Szintillatoren im Ursprung eines Koordinatensystems. Das Programm erfaßt wahlweise einen zylinderförmigen Absorber, der vor einem der Szintillatoren liegt, oder einen Hohlzylinder, der die Szintillatoren umgibt und die Abschirmung bzw. den Anti-Compton-Ring darstellt.

2. Als Wechselwirkungsprozesse werden Photoeffekt, Comptoneffekt und Paarbildung betrachtet.

3. Für jedes γ-Quant werden nach der Monte-Carlo-Methode berechnet: Strahlrichtung von der Quelle und Anfangsweglänge im Szintillator, Art der Wechselwirkung und die daraus resultierende Energieabsorption im Szintillator Ausbreitungsrichtung des Compton-Quants bzw. der beiden Vernichtungsquanten nach der Wechselwirkung und die geometrische Weglänge bis zur nächsten Wechselwirkung. Dabei wird berücksichtigt, daß bei einem Materialwechsel zwischen zwei Wechselwirkungen die geometrische Weglänge zu ändern ist.

Unter diesen genannten Bedingungen bietet die Monte-Carlo-Rechnung die Möglichkeit, experimentell nicht erkennbare Vorgänge, wie z.B. Mehrfachstreuungen von γ-Quanten zu analysieren, wobei nicht nur Art und Ort der primären Wechselwirkung eines γ-Quants, sondern auch die Anzahl der Wechselwirkungen und die dabei auftretenden Energieverluste in jedem der beiden Szintillatoren festgestellt werden.

## 4.2 Rechenprogramm A 50*)

Bislang liegen Monte-Carlo-Berechnungen von γ-Spektren nur für isolierte NaJ-Kristalle mit zylindrischer Form vor [17 - 21] . Snyder und Knoll [22] behandeln dabei auch den Fall eines Bohrlochkristalls. Der Einfluß einer Abschirmung wird bei keiner dieser Berechnungen mitberücksichtigt.

Zur Auffindung der optimalen Anordnung eines Differenz-γ-Spektrometers wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit Monte-Carlo-Rechnungen für verschiedene Differenz-γ-Spektrometer durchgeführt. Bei der Entwicklung des Rechenprogramms wurde nicht nur Wert gelegt auf eine weitgehende Berücksichtigung aller Geometriefaktoren, insbesondere auch einer Abschirmung, sondern auch auf eine möglichst vielseitige Anwendung des Programms.

Die Geometrie des Differenz-γ-Spektrometers umfaßt zwei Szintillatoren, wovon der eine ein Bohrloch haben kann. Ferner ist eine Abschirmung um beide Szintillatoren vorgesehen sowie ein Absorber, der vor einen der Szintillatoren gesetzt werden kann. Die Abschirmung kann durch einen Szintillator ersetzt werden, der dann als Anti-Compton-Ring wirkt. Szintillatoren, Abschirmung und Absorber bestehen dabei aus verschiedenen Materialien, so daß ein γ-Quant im allgemeinen Bereiche mit unterschiedlichen Absorptionseigenschaften durchläuft.

---

*) A50 ist die Kennziffer für das Rechenprogramm, unter der es beim Sektor Mathematik des Hahn-Meitner-Instituts registriert wurde.

A 5o/1

MATERIALANGABEN

M1=2 PLASTIK SZINTILLATOR NE 1o2A

M2=4 NATRIUMJODID

M3=4 NATRIUMJODID

GEOMETRISCHE WERTE FUER G = 4o

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H1o= | o | H11= | 1.oo | H12= | -8.62 | R3'= | 5.72 |
| H2o= | o | H21= | 8.62 | H22= | -1.oo | H3'= | 15.24 |
| Ro = | o | R1 = | 3.81 | R2 = | 3.81 | R3 = | 4.44 |
| Ho = | o | H1 = | 7.62 | H2 = | 7.62 | H3 = | 15.24 |

PARAMETERVERSORGUNG :

| M1 | M2 | M3 | GGG | EANF | LFDN |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 4 | o4o | o.661 | o1 |

EMPFINDLICHKEITEN

| | F | G | F-G |
|---|---|---|---|
| 1 | o.373o7 | o.2744o | o.o9866 |
| 2 | o.373o7 | o.15963 | o.21343 |
| 3 | o.25387 | o.o5281 | o.2o1o6 |

WAHRSCHEINLICHKEITEN

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| PD | o.2744o | o.15963 | o.o5281 | o.48685 |
| PP | o | o | o | o |
| PC | o.o9866 | o.19o17 | o.17915 | o.46798 |
| PF | o | o.o2326 | o.o2191 | o.o4517 |
| P | o.373o7 | o.373o7 | o.25387 | 1.ooooo |

A 5o/2

NUMMER: +244o4oo661o1

SPEICH: 4758

N: 8693

NN: 4o865

ESCHW3: 5o KEV

ZUFANF: +6o3825ooo5o

ZUFEND: +775791o4o35o

Abb. 8 Protokoll A 50/1 und A 50/2

Durchgeführt wurden die Rechnungen auf einer Siemens-2002-Rechenanlage. Die Ergebnisse wurden von der Maschine in Form von Protokollen und Tabellen ausgedruckt.

Im folgenden werden die Teile des Rechenprogramms A 50 im einzelnen beschrieben.

## 4.3 Programmteil A 50/1

Im Programmteil A 50/1 werden alle Ausgangsdaten für eine Monte-Carlo-Rechnung zusammengestellt. Die Datengrundlage bilden dabei Listen von linearen Schwächungskoeffizienten. Diese Listen wurden in einem selbständigen Programm, das im Anhang 9.1 beschrieben wird, für die Szintillatoren $C_{14}H_{10}$, NE 102 A, NaJ und CsJ sowie für die Abschirmmaterialien Fe und Pb berechnet und auf Magnetband gespeichert.

Zu Beginn jeder Rechnung werden als Parameter Materialkombination, geometrische Anordnung und primäre γ-Energie eingelesen. Die Schwächungskoeffizienten werden gemäß der vorgegebenen Materialkombination aus dem auf Magnetband gespeicherten Datenvorrat ausgewählt und in geeigneter Reihenfolge geordnet.

Abb. 8 zeigt als Beispiel ein Protokoll aus dem Programmteil A 50/1 für ein Differenz-γ-Spektrometer mit einem NaJ- und einem Plastikszintillator (Typ NE 102 A), das von einem Anti-Compton-Ring aus NaJ umgeben wird (Geometrie G=40). Im Protokoll sind zunächst Materialkombination und geometrische Werte angegeben. Die Bedeutung der H- und R-Werte geht aus Abb. 9 hervor. Unter der Bezeichnung "Parameterversorgung" sind Materialkombination, Geometrienummer sowie primäre γ-Energie zusammengefaßt. Diese Zusam-

menfassung erscheint in den folgenden Programmteilen unter der Bezeichnung NUMMER. Jede Rechnung ist an ihrer NUMMER eindeutig zu erkennen.

Die Angabe von Empfindlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten soll schon am Ende des 1. Programmteils einen Überblick über das zu erwartende Ansprechvermögen der Szintillatoren und die Häufigkeiten von Primärprozessen vermitteln. Hierzu werden im einzelnen für jeden Szintillator i berechnet:

$$1. \quad F_i = \frac{1}{4\pi} \int_{\vartheta_{oi}}^{\vartheta_i} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_{oi}}^{\vartheta_i} \sin\vartheta \, d\vartheta$$

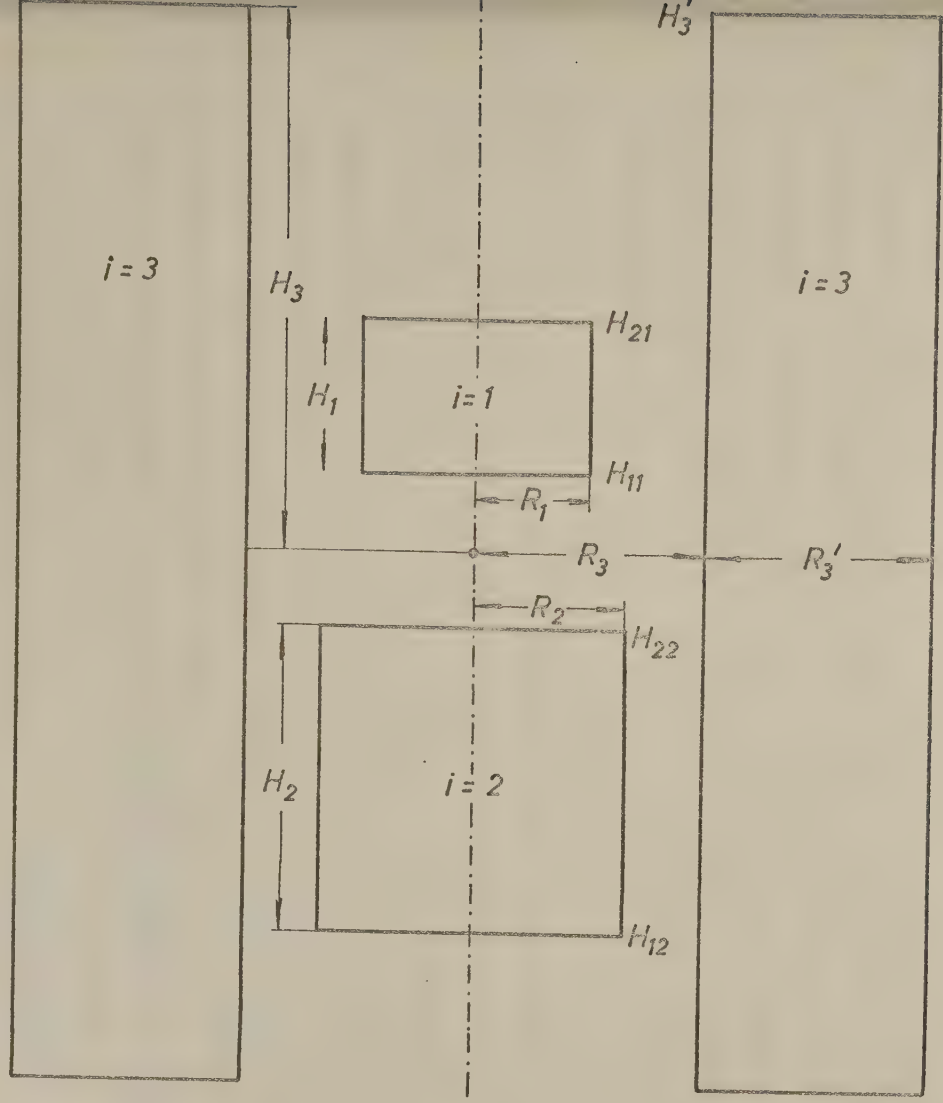
$F_i$ ist die Fläche auf einer Einheitskugel, die durch die Polarwinkel $\vartheta_{oi}$ und $\vartheta_i$ begrenzt wird. Der Azimutwinkel erstreckt sich dabei über den gesamten Bereich $2\pi$. Unter der Voraussetzung, daß die im Mittelpunkt der Einheitskugel angeordnete $\gamma$-Quelle isotrop strahlt, gibt $F_i$ den relativen Anteil der emittierten $\gamma$-Quanten an, die auf den Szintillator i auftreffen.

$$2. \quad G_i = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_{oi}}^{\vartheta_i} e^{-\mu l(\vartheta)} \sin\vartheta \, d\vartheta$$

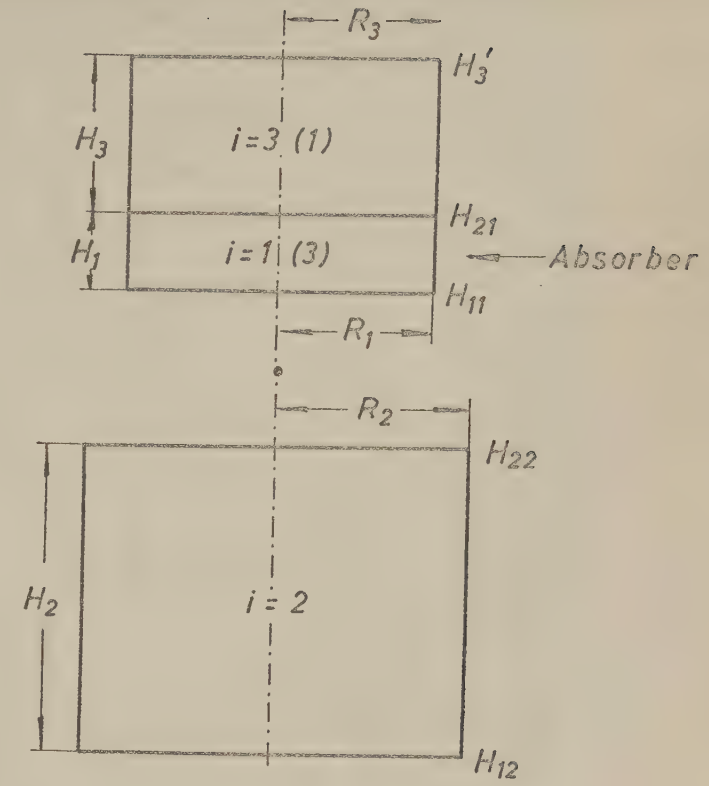
$G_i$ gibt den relativen Anteil der emittierten $\gamma$-Quanten an, die den Szintillator i durchschlagen, ohne in ihm eine primäre Wechselwirkung zu machen (Durchschläge). $\mu$ ist der Gesamtschwächungskoeffizient und l die Weglänge durch den Szintillator.

$$3. \quad F_i - G_i = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_{oi}}^{\vartheta_i} \left\{ 1 - e^{-\mu l(\vartheta)} \right\} \sin\vartheta \, d\vartheta$$

$F_i - G_i$ gibt den relativen Anteil der emittierten $\gamma$-Quanten an, die im Szintillator i eine primäre Wechselwirkung




Geometrie mit Abschirmung bzw. Anti-Compton-Ring ($R_3' \neq 0$)




Geometrie mit Absorber ($R_3' = 0$)

Abb. 9 ...utung der geometrischen Werte
Die eingeklammerten Werte für i gelten in den Programmteilen A 50/2 und A 50/3.

Interpretation der Rechenergebnisse ist diese Vereinfachung nachher leicht zu revidieren.

## 4.4 Programmteil A 50/2

Im Programmteil A 50/2 wird das Schicksal einzelner γ-Quanten von der Quelle ausgehend über Absorptions- und Streuprozesse bis zur vollständigen Absorption oder bis zum Entweichen aus der äußeren Begrenzung der geometrischen Anordnung verfolgt. Durch wiederholte Anwendung der Monte-Carlo-Methode zur Bestimmung von Ausbreitungsrichtung, Weglänge, Art der Wechselwirkung und Energieänderung wird die Geschichte eines γ-Quants aufgebaut. Im Strukturdiagramm der Abb. 10 läßt sich der Weg verfolgen von der Emission des γ-Quants bis zur Speicherung seiner "Geschichtsdaten", die Angaben über Primäreffekt, Energieabsorptionen, Anzahl der Wechselwirkungen und Koinzidenzen zwischen den Szintillatoren enthalten. Treten mehrere Wechselwirkungen nacheinander auf, so werden Schleifen des Programms mehrmals durchlaufen.

Verläßt das γ-Quant einen Szintillator (Sz i), wird jedesmal gefragt, ob anschließend noch ein anderer Szintillator (Sz i*) getroffen wird. Ist dies der Fall, so wird aus der in Sz i nicht verbrauchten Weglänge unter Berücksichtigung der im allgemeinen unterschiedlichen Materialien von Sz i und Sz i* eine Restweglänge für Sz i* berechnet. Für Wege in Luft zwischen den Szintillatoren wird keine Schwächung angenommen.

Die Ergebnisse jeder Einzelrechnung ("Geschichtsdaten"), die alle Angaben für den späteren Aufbau von Energieabsorptions-Spektren enthalten, werden auf Lochstreifen ausgegeben. Das Vorliegen der Einzelergebnisse gibt die Möglichkeit, diese wiederholt nach verschiedenen Gesichtspunkten auszuwerten.

machen. $F_i - G_i$ wird Empfindlichkeit genannt.

$$\frac{F_i - G_i}{\sum_i F_i} = Q_i$$

soll als normierte Empfindlichkeit bezeichnet werden. Aus $Q_i$ und dem linearen Schwächungskoeffizienten $\mu$ für die primäre $\gamma$-Energie werden die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten primärer Wechselwirkungen berechnet. Die Schwächungskoeffizienten für den Compton- und Photoeffekt sind $\mu_C$ und $\mu_F$.

$\left(\frac{\mu_C}{\mu}\right)_i \cdot Q_i = PC_i$ Wahrscheinlichkeit für den Comptoneffekt

$\left(\frac{\mu_F}{\mu}\right)_i \cdot Q_i = PF_i$ Wahrscheinlichkeit für den Photoeffekt

$Q_i - (PC_i + PF_i) = PP_i$ Wahrscheinlichkeit für die Paarbildung

$\frac{G_i}{\sum_i F_i} = PD_i$ Wahrscheinlichkeit für Durchschläge

Für die Gesamtwahrscheinlichkeit erhält man

$$\sum_i (PC_i + PF_i + PP_i + PD_i) = 1 \quad .$$

Zur Bezeichnung "Szintillator i" ist noch folgendes zu bemerken. Die Eigenschaft Szintillator oder Nichtszintillator (Absorber, Abschirmung) ist für das Rechenprogramm nicht erkennbar. Es kennt nur Materialeigenschaften, ausgedrückt durch Schwächungskoeffizienten. Um Einheitlichkeit für die Beschreibung zu erreichen, wird bei allen Materialien zunächst von Szintillator gesprochen. In der

Mit Zufallszahlen z, die in (0,1) gleichverteilt sind, werden im Programmteil A 50/2 folgende Berechnungen nach der Monte-Carlo-Methode durchgeführt:

1. Ausbreitungsrichtung:

   Polarwinkel, $\cos\vartheta = 1 - 2\,z.$ $\cos\vartheta$ ist gleichverteilt in (-1, 1) und die Dichtefunktion ist $f(\vartheta) = \frac{1}{2}\sin\vartheta$.

   Azimutwinkel, $\varphi = 2\pi z.$ $\varphi$ ist in $(0,2\pi)$ gleichverteilt, die Dichtefunktion ist $f(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$.

2. Weglänge:

   $$l = -\frac{\ln z}{\mu} \qquad (0 < l < \infty)$$

   Die Dichtefunktion ist $f(l) = \frac{1}{\mu} e^{-\mu l}$. $\mu$ ist der Gesamtschwächungskoeffizient.

3. Wechselwirkungen:

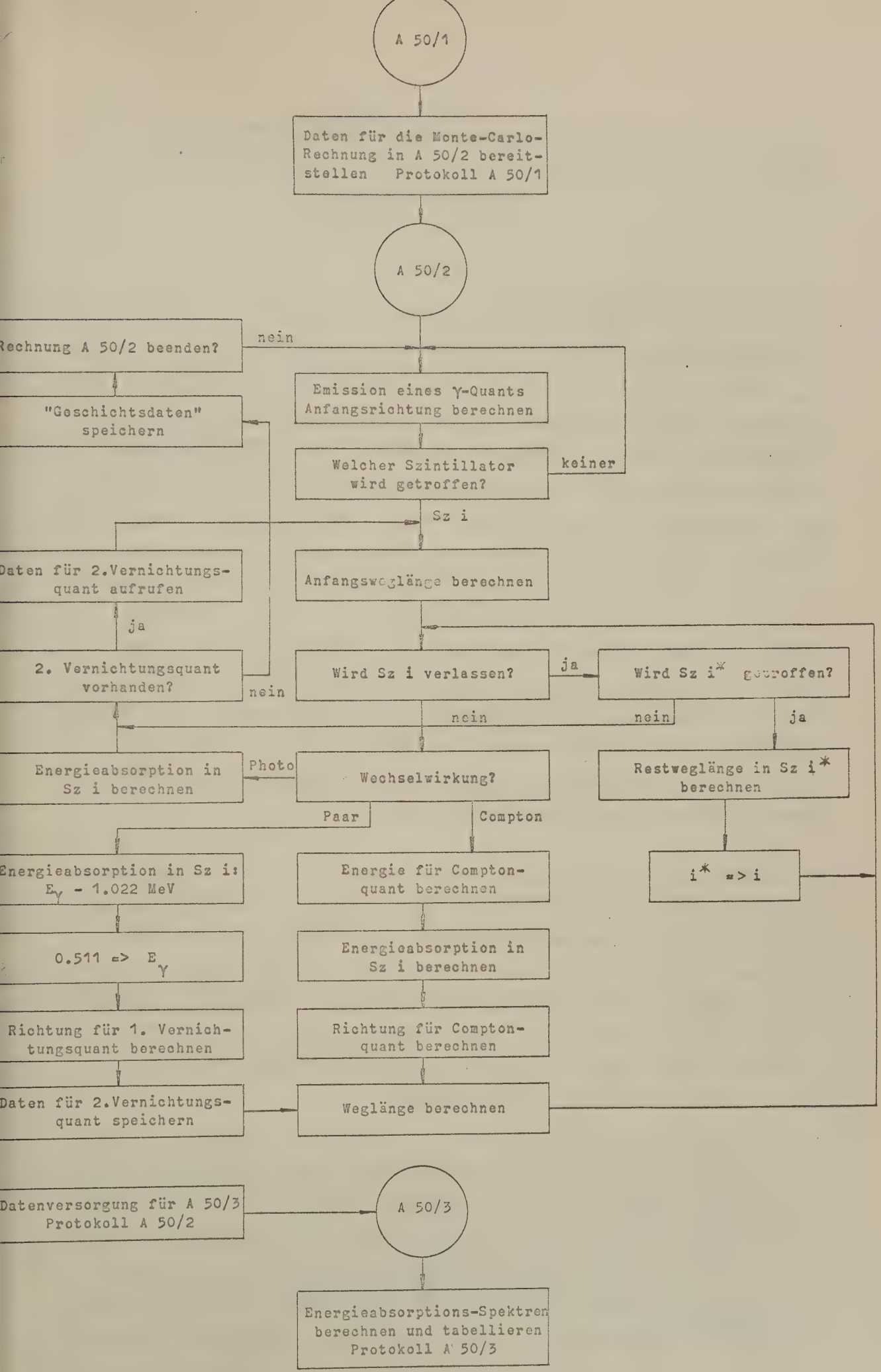
   $z < \frac{\mu_C}{\mu}$ — Comptoneffekt tritt auf

   $z \geq \frac{\mu_C+\mu_F}{\mu}$ — Paarbildung tritt auf

   $\frac{\mu_C}{\mu} \leq z < \frac{\mu_C+\mu_F}{\mu}$ — Photoeffekt tritt auf

   Es ist $\frac{\mu_C+\mu_F+\mu_P}{\mu} = 1$ ,

   $\mu_C$, $\mu_F$, $\mu_P$ sind die Schwächungskoeffizienten für den Compton-, Photo- und Paareffekt.




. 10 Strukturdiagramm für das Rechenprogramm A 50

Abb. 8 enthält im unteren Teil als Beispiel ein Protokoll aus dem Programmteil A 50/2.

Die dort angegebenen Bezeichnungen werden nachfolgend erläutert.

NUMMER: Zusammenstellung von Materialkombination (Stellen 1-3), Geometrienummer (Stellen 4-6), primäre γ-Energie (Stellen 7-10) und einer Registrierzahl (Stellen 11, 12). Diese Angaben sind gleichlautend mit der "Parameterversorgung" im Protokoll A 50/1.

SPEICH: Speicherbedarf für Einzelergebnisse ("Geschichtsdaten").

N: Zahl der γ-Quanten mit unvollständiger Energieabsorption.

NN: Gesamtzahl der durchgerechneten γ-Quanten.

ESCHW 3: Untere Energieschwelle für Sz 3. In der Rechnung wird berücksichtigt, daß im Experiment die Energieabsorption in Sz 3 über dieser Energieschwelle liegen muß, um ein Steuersignal zu erhalten (z.B. zur Feststellung einer Koinzidenz).

ZUFANF: Zufallszahl mit der die Rechnung begonnen wurde.

ZUFEND: Letzte Zufallszahl.

Die Zufallszahlen werden von der Rechenmaschine als Gleitkommazahlen protokolliert (Anhang 9.2). Im Protokoll A 50/2 lauten z.B. die zwischen 0 und 1 liegenden Zufallszahlen

$$Z_{ANF} = 0.6038250000$$
$$Z_{END} = 0.7757910403$$

Bei Monte-Carlo-Rechnungen werden stets Anfangs- und End-

4. Absorption und Ausbreitungsrichtung sekundärer Teilchen

Comptoneffekt: Der Monte-Carlo-Rechnung für die Bestimmung von Energie und Polarwinkel des Compton-Quants liegt die Klein-Nishina-Formel zu Grunde. Für die Rechnung wird die "rejection technique" in einer von Kahn [13] *) beschriebenen Weise angewandt. Der Azimutwinkel für das Compton-Quant wird wie oben angegeben berechnet. Die kinetische Energie des Compton-Elektrons wird am Ort der Wechselwirkung absorbiert.

Paarbildung: Die kinetischen Energien von Elektron und Positron ($E_\gamma$ - 1.022 MeV) werden am Ort der Wechselwirkung absorbiert. Zwei Vernichtungsquanten von je 0.511 MeV werden in entgegengesetzter Richtung emittiert. Die Ausbreitungsrichtung für das 1. Vernichtungsquant wird wie oben angegeben berechnet, für das 2. Vernichtungsquant wird die Richtung umgekehrt.

Photoeffekt: Die $\gamma$-Energie wird am Ort der Wechselwirkung vollständig absorbiert.

In der Rechnung werden nicht berücksichtigt:

Charakteristische Röntgenstrahlung beim Photoeffekt
Kohärente (Rayleigh) Streuung bei niedrigen $\gamma$-Energien
Bindungsenergie der Elektronen bei der Compton-Streuung
Reichweite von Elektronen und Positronen
Erzeugung von Bremsstrahlung durch Elektronen und Positronen

---

*) In [13] wird das von Kahn angegebene Verfahren auf Seite 65 unter 22 d beschrieben.

NUMMER: +244o4oo661o1

N: 8693

NN: 4o865

ANGABEN UEBER PRIMAERE WECHSELWIRKUNGEN

3=ABSCHIRMUNG

KEINE ABSORPTIONEN

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 11o56 | 6336 | 2231 | 19623 |
| P | o | o | o | o |
| C | o | o | 698o | 698o |
| F | o | o | 856 | 856 |
| G | 11o56 | 6336 | 1oo67 | 27459 |

VOLLABSORPTIONEN

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | o | o | o | o |
| P | o | o | o | o |
| C | 2 | 38o4 | o | 38o6 |
| F | o | 9o7 | o | 9o7 |
| G | 2 | 4711 | o | 4713 |

HAEUFIGKEITEN

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 11272 | 6528 | 2231 | 2oo31 |
| P | o | o | o | o |
| C | 4o78 | 7766 | 7188 | 19o32 |
| F | 3 | 943 | 856 | 18o2 |
| G | 15353 | 15237 | 1o275 | 4o865 |

ERWARTUNGSWERTE

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 11214 | 6523 | 2158 | 19895 |
| P | o | o | o | o |
| C | 4o32 | 7771 | 7321 | 19124 |
| F | o | 951 | 895 | 1846 |
| G | 15246 | 15245 | 1o374 | 4o865 |

ZUFANF: +775791o4o35o

ZUFEND: +694567o9715o

KORF2:

zufallszahl angegeben. Jede neue Rechnung wird mit der Endzufallszahl der vorhergehenden Rechnung begonnen. Dadurch wird eine Wiederholung der Zufallszahlen vor Erreichen der Periode vermieden. Eine Erklärung des benutzten Zufallszahlengenerators wird im Anhang 9.2 gegeben.

## 4.5 Programmteil A 50/3

Im Programmteil A 50/3 werden die Einzelergebnisse aus dem Programmteil A 50/2 ausgewertet. Die Auswertung umfaßt Zählung der primären Wechselwirkungen sowie Berechnung und Tabellierung von Energieabsorptions-Spektren.

Experimentelle Bedingungen, wie untere Energieschwellen in den Verstärkern, Kanalbreite, Auflösungsvermögen und das Verhältnis von Lichtausbeute zur Energie der Sekundärelektronen ($L/E_e$-Werte) werden als Parameter eingelesen. Die Auswertung kann mit variierten Parametern beliebig oft wiederholt werden, da die Einzelergebnisse aus A 50/2 auf Lochstreifen vorliegen.

In Abb. 11 ist als Beispiel ein Protokoll aus dem Programmteil A 50/3 zu sehen. NUMMER, N und NN sowie die am Schluß stehenden ZUFANF und ZUFEND haben die gleichen Bedeutungen wie im Protokoll A 50/2. Wird eine Korrektur mit $L/E_e$-Werten ausgeführt, so ist im Protokoll KORF 1 bzw. KORF 2 vermerkt, wobei 1 und 2 auf Sz 1 und Sz 2 hinweisen.

Weiter werden im Protokoll Angaben über die primären Wechselwirkungen gemacht. Sie beginnen mit primären Wechselwirkungen, die zu keiner Absorption in Sz 1 und Sz 2 geführt haben. In Sz1 und Sz2 sind es Durchschläge (D), die hier mit unter den Wechselwirkungen aufgeführt sind. In Sz 3 (Absorber oder Abschirmung bzw. Anti-Compton-Ring) sind alle Wechselwirkungsarten möglich, soweit nicht über einen Sekundäreffekt Absorptionen in Sz 1 und Sz 2 bewirkt werden.

Für das Beispiel eines Differenz-γ-Spektrometers mit umgebenden NaJ-Anti-Compton-Ring (Geometrie G = 40) und einer primären γ-Energie von 0,661 MeV sind in den Tabellen 5 und 6 die unverschmierten Spektren aus Sz 1 und Sz 2 dargestellt. Die mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode verschmierten Spektren enthalten die Tabellen 7 und 8.

In den Tabellen werden getrennt aufgeführt das Gesamtspektrum, die Teilspektren geordnet nach der Zahl der Wechselwirkungen und die Teilspektren koinzidenter Energieabsorptionen. Für diese Aufteilung sind 16 Spalten vorgesehen mit folgenden Bedeutungen:

Energieangaben

Spalte 1: Mittelpunkte der Energieintervalle in keV

Gesamtspektrum und Teilspektren geordnet nach der Zahl der Wechselwirkungen

Spalte 2: 1 Wechselwirkung
" 3: 2 Wechselwirkungen
" 4: 3 Wechselwirkungen
" 5: 4 Wechselwirkungen
" 6: 5 und mehr Wechselwirkungen
" 7: Gesamtspektrum

Teilspektren mit 2-fach-Koinzidenzen

Spalte 8: Koinzidenzen Sz 1 → Sz 2
" 9: Koinzidenzen Sz 2 → Sz 1
" 10: Koinzidentes Summenspektrum aus Sz 1 und Sz 2
" 11: Koinzidenzen Sz 1 → Sz 3 bzw. Sz 2 → Sz 3
" 12: Koinzidenzen Sz 3 → Sz 1 bzw. Sz 3 → Sz 2

Teilspektren mit 3-fach-Koinzidenzen

Spalte 13: Koinzidenzen Sz 1 → Sz 2, Sz 3
" 14: Koinzidenzen Sz 2 → Sz 1, Sz 3
" 15: Koinzidenzen Sz 3 → Sz 1, Sz 2
" 16: Koinzidentes Summenspektrum aus Sz 1 und Sz 2

Für Vollabsorptionen in Sz 1 oder Sz 2 werden die primären Wechselwirkungen nach Paar-, Compton- und Photoeffekt (P, C, F) aufgeteilt. Durchschläge werden für Sz 3 registriert, wenn Sz 3 als Absorber vor Sz 1 liegt (Abb. 9) und die Vollabsorption in Sz 1 stattfindet.

Als Häufigkeiten werden alle auftretenden primären Wechselwirkungen gezählt. Ihre Gesamtzahl entspricht NN. Aus NN und den im Programmteil A 50/1 berechneten Wahrscheinlichkeiten für die primären Wechselwirkungen werden die Erwartungswerte bestimmt.

Üblicherweise endet die Monte-Carlo-Rechnung für ein γ-Quant mit der Feststellung seiner absorbierten Energie im Szintillator. Aus den einzelnen Energieabsorptionen wird das Spektrum aufgebaut. Dann wird dieses Spektrum verschmiert, indem aus dem Inhalt eines jeden Energieintervalls um dessen Mittelpunkt eine Normalverteilung gebildet wird. Dabei wird nicht berücksichtigt, daß der Schwerpunkt der absorbierten Energien innerhalb eines Intervalls nicht in dessen Mittelpunkt zu liegen braucht. Im allgemeinen trifft das für Vollabsorptionen und Comptonkante zu.

Im Experiment bewirken die statistischen Streuungen bei der Szintillationserzeugung, beim Elektronenaustritt aus der Photokathode und bei der Elektronenvervielfachung im Photomultiplier die Verschmierung der absorbierten Energien. Entgegen dem bisher geübten Verfahren erscheint es deshalb sinnvoll, daß man in der Rechnung dem statistischen Charakter dieser zur Verschmierung führenden Prozesse am besten durch eine Anwendung der Monte-Carlo-Methode gerecht wird. In diesem Fall wird das verschmierte Spektrum gebildet, indem jede einzelne absorbierte Energie nach einer Normalverteilung gestreut und erst dann in ein Energieintervall eingeordnet wird. Die hier angewendete Methode zur Verschmierung wird im Anhang 9.3 beschrieben.

Tabelle 5

Energieabsorptions-Spektren aus SZ1

Nummer 24404006610 1 Kennzahl 200050050000

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 194 | 5 | 0 | 0 | 0 | 199 | 0 | 5 | 0 | 92 | 26 | 0 | 22 | 7 | 0 |
| 30 | 219 | 16 | 1 | 0 | 0 | 236 | 0 | 2 | 0 | 108 | 33 | 0 | 30 | 7 | 0 |
| 50 | 153 | 18 | 4 | 0 | 0 | 175 | 0 | 1 | 0 | 82 | 22 | 0 | 24 | 0 | 1 |
| 70 | 177 | 22 | 7 | 3 | 0 | 209 | 0 | 6 | 0 | 91 | 29 | 0 | 26 | 4 | 0 |
| 90 | 159 | 30 | 9 | 2 | 0 | 200 | 0 | 6 | 0 | 97 | 18 | 0 | 15 | 7 | 1 |
| 110 | 128 | 19 | 6 | 1 | 2 | 156 | 0 | 2 | 0 | 85 | 7 | 0 | 13 | 0 | 1 |
| 130 | 130 | 22 | 3 | 5 | 3 | 163 | 0 | 1 | 0 | 103 | 6 | 0 | 6 | 1 | 1 |
| 150 | 94 | 15 | 3 | 2 | 6 | 120 | 0 | 1 | 0 | 76 | 7 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 170 | 108 | 12 | 0 | 0 | 1 | 121 | 0 | 1 | 0 | 88 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 190 | 105 | 10 | 1 | 0 | 0 | 116 | 0 | 0 | 0 | 88 | 0 | 1 | 0 | 0 | 17 |
| 210 | 103 | 12 | 0 | 1 | 1 | 117 | 0 | 0 | 0 | 86 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| 230 | 118 | 18 | 5 | 1 | 1 | 143 | 0 | 0 | 0 | 106 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 250 | 88 | 17 | 7 | 0 | 0 | 112 | 0 | 0 | 0 | 87 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 270 | 99 | 18 | 4 | 0 | 0 | 121 | 0 | 0 | 0 | 90 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 290 | 96 | 24 | 1 | 1 | 0 | 122 | 0 | 0 | 0 | 102 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 310 | 93 | 31 | 3 | 1 | 0 | 128 | 0 | 0 | 0 | 111 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 330 | 83 | 30 | 1 | 0 | 0 | 114 | 0 | 0 | 0 | 103 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 350 | 94 | 40 | 4 | 1 | 0 | 139 | 1 | 0 | 0 | 127 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| 370 | 120 | 51 | 3 | 1 | 0 | 175 | 0 | 0 | 0 | 167 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 390 | 124 | 51 | 3 | 1 | 1 | 180 | 2 | 0 | 0 | 167 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 410 | 137 | 49 | 6 | 0 | 0 | 192 | 12 | 0 | 0 | 172 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 430 | 159 | 50 | 9 | 7 | 0 | 225 | 32 | 0 | 1 | 181 | 0 | 7 | 0 | 0 | 3 |
| 450 | 182 | 51 | 18 | 3 | 0 | 254 | 58 | 0 | 2 | 190 | 0 | 5 | 0 | 0 | 14 |
| 470 | 214 | 80 | 17 | 3 | 2 | 316 | 151 | 0 | 0 | 152 | 0 | 12 | 0 | 0 | 21 |
| 490 | 0 | 74 | 32 | 6 | 0 | 112 | 25 | 0 | 3 | 83 | 0 | 2 | 0 | 0 | 24 |
| 510 | 0 | 80 | 33 | 12 | 4 | 129 | 21 | 0 | 1 | 105 | 0 | 2 | 0 | 0 | 28 |
| 530 | 0 | 42 | 37 | 7 | 1 | 87 | 10 | 0 | 0 | 73 | 0 | 0 | 0 | 0 | 27 |
| 550 | 0 | 12 | 32 | 27 | 8 | 79 | 8 | 0 | 0 | 70 | 0 | 0 | 0 | 0 | 27 |
| 570 | 0 | 0 | 9 | 14 | 10 | 33 | 5 | 0 | 0 | 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| 590 | 0 | 0 | 1 | 1 | 15 | 17 | 2 | 0 | 1 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 610 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 630 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 650 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 670 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 343 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 3177 | 899 | 259 | 101 | 57 | 4493 | 328 | 25 | 353 | 3124 | 148 | 42 | 137 | 28 | 207 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Die Spektren beziehen sich stets auf den am Kopf der Tabelle angegebenen Szintillator. Bei Koinzidenzen weist der Pfeil auf die Reihenfolge hin, in der das γ-Quant die Szintillatoren erreicht. Bei 3-fach-Koinzidenzen ist die Reihenfolge, in der die beiden letzten Szintillatoren erreicht werden, nicht bestimmbar.

Die vier letzten Zeilen der Tabellen enthalten in der Reihenfolge ihrer Nummerierung:

1 Spaltensummen

2 Vollabsorptionen (aufgeteilt nach der Anzahl der Wechselwirkungen)

3 Energieabsorptionen, die unter der in der Kennzahl verschlüsselten Energieschwelle liegen

4 Energieabsorptionen, die über der von der Tabelle erfaßten Maximalenergie liegen.

Das Protokoll und die Tabellen des Programmteils A 50/3 werden benutzt, um die Eigenschaften des in der Rechnung betrachteten Differenz-γ-Spektrometers zu untersuchen.

Tabelle 7 Verschmierte Energieabsorptions-Spektren aus SZ1

Nummer 244040066101 Kennzahl 200050050000

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 74 | 11 | 1 | 0 | 0 | 86 | 0 | 0 | 0 | 48 | 6 | 0 | 11 | 1 | 0 |
| 70 | 161 | 23 | 8 | 3 | 0 | 195 | 0 | 6 | 0 | 90 | 23 | 0 | 21 | 7 | 0 |
| 90 | 139 | 26 | 7 | 2 | 0 | 174 | 0 | 5 | 0 | 77 | 25 | 0 | 10 | 3 | 0 |
| 110 | 142 | 20 | 7 | 2 | 2 | 173 | 0 | 2 | 0 | 98 | 8 | 0 | 15 | 0 | 0 |
| 130 | 119 | 16 | 3 | 1 | 4 | 143 | 0 | 3 | 0 | 84 | 6 | 1 | 3 | 1 | 0 |
| 150 | 121 | 19 | 3 | 2 | 4 | 149 | 0 | 0 | 0 | 100 | 2 | 0 | 6 | 1 | 1 |
| 170 | 105 | 20 | 3 | 2 | 2 | 132 | 0 | 1 | 0 | 87 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 190 | 102 | 5 | 1 | 1 | 1 | 110 | 0 | 0 | 0 | 85 | 1 | 0 | 0 | 1 | 7 |
| 210 | 101 | 11 | 0 | 1 | 1 | 114 | 0 | 0 | 0 | 90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 230 | 110 | 17 | 6 | 1 | 0 | 134 | 0 | 0 | 0 | 102 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 250 | 91 | 17 | 5 | 0 | 0 | 113 | 0 | 0 | 0 | 86 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 270 | 105 | 19 | 2 | 0 | 0 | 126 | 0 | 0 | 0 | 99 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 290 | 83 | 28 | 5 | 0 | 0 | 116 | 0 | 0 | 0 | 102 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 310 | 103 | 32 | 2 | 2 | 0 | 139 | 0 | 0 | 0 | 126 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 330 | 97 | 37 | 0 | 1 | 0 | 135 | 0 | 0 | 0 | 113 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 350 | 105 | 40 | 2 | 2 | 0 | 149 | 1 | 0 | 0 | 134 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 370 | 121 | 46 | 1 | 0 | 0 | 168 | 5 | 0 | 0 | 159 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 390 | 119 | 46 | 9 | 2 | 0 | 176 | 12 | 0 | 0 | 149 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 410 | 138 | 49 | 11 | 1 | 1 | 200 | 25 | 0 | 0 | 163 | 0 | 4 | 0 | 0 | 1 |
| 430 | 118 | 48 | 11 | 1 | 1 | 179 | 40 | 0 | 0 | 135 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| 450 | 166 | 59 | 16 | 5 | 0 | 246 | 57 | 0 | 0 | 187 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 470 | 112 | 62 | 22 | 6 | 2 | 204 | 64 | 0 | 0 | 133 | 0 | 4 | 0 | 0 | 6 |
| 490 | 62 | 65 | 30 | 6 | 3 | 166 | 40 | 0 | 0 | 120 | 0 | 3 | 0 | 0 | 5 |
| 510 | 39 | 58 | 31 | 9 | 1 | 138 | 33 | 0 | 0 | 100 | 0 | 3 | 0 | 0 | 21 |
| 530 | 21 | 42 | 27 | 18 | 4 | 112 | 23 | 0 | 0 | 88 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |
| 550 | 2 | 27 | 15 | 16 | 6 | 66 | 11 | 0 | 1 | 53 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 |
| 570 | 2 | 17 | 15 | 8 | 8 | 50 | 9 | 0 | 5 | 41 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| 590 | 0 | 6 | 4 | 2 | 4 | 16 | 1 | 0 | 6 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| 610 | 0 | 1 | 5 | 3 | 7 | 16 | 1 | 0 | 18 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 630 | 0 | 1 | 0 | 3 | 3 | 7 | 1 | 0 | 52 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 650 | 0 | 0 | 4 | 1 | 2 | 7 | 4 | 0 | 66 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 670 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 68 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 690 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 56 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 710 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 37 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 730 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 750 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2658 | 868 | 257 | 101 | 57 | 3941 | 328 | 17 | 343 | 2886 | 74 | 29 | 67 | 14 | 110 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 519 | 31 | 2 | 0 | 0 | 552 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Nummer 2440400661 01 Kennzahl 200050050000

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 179 | 6 | 0 | 0 | 0 | 185 | 0 | 0 | 0 | 102 | 1 | 6 | 1 | 1 | 0 |
| 30 | 157 | 7 | 0 | 0 | 0 | 164 | 0 | 0 | 0 | 108 | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 206 | 16 | 0 | 0 | 0 | 222 | 1 | 0 | 0 | 135 | 4 | 6 | 0 | 2 | 1 |
| 70 | 160 | 15 | 0 | 1 | 0 | 176 | 1 | 0 | 0 | 108 | 6 | 9 | 1 | 1 | 0 |
| 90 | 174 | 10 | 0 | 0 | 0 | 184 | 6 | 0 | 0 | 109 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 110 | 141 | 21 | 0 | 1 | 0 | 163 | 7 | 0 | 0 | 86 | 1 | 1 | 1 | 6 | 1 |
| 130 | 167 | 25 | 1 | 0 | 0 | 193 | 9 | 0 | 0 | 119 | 3 | 6 | 0 | 5 | 1 |
| 150 | 164 | 30 | 4 | 0 | 0 | 198 | 23 | 0 | 0 | 115 | 12 | 3 | 0 | 3 | 2 |
| 170 | 170 | 35 | 3 | 2 | 0 | 210 | 24 | 0 | 0 | 124 | 15 | 4 | 0 | 5 | 2 |
| 190 | 316 | 85 | 17 | 1 | 0 | 419 | 143 | 0 | 0 | 123 | 91 | 1 | 0 | 4 | 17 |
| 210 | 214 | 80 | 12 | 2 | 0 | 308 | 63 | 0 | 0 | 129 | 67 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| 230 | 169 | 65 | 15 | 2 | 1 | 252 | 36 | 0 | 0 | 146 | 32 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 250 | 109 | 54 | 11 | 2 | 0 | 176 | 12 | 0 | 0 | 121 | 18 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 270 | 108 | 52 | 13 | 1 | 0 | 174 | 2 | 0 | 0 | 144 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 290 | 87 | 55 | 5 | 0 | 0 | 147 | 0 | 0 | 0 | 115 | 6 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 310 | 87 | 40 | 15 | 1 | 0 | 143 | 1 | 0 | 0 | 122 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 330 | 84 | 56 | 11 | 2 | 1 | 154 | 0 | 0 | 0 | 134 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 350 | 85 | 40 | 16 | 6 | 1 | 148 | 0 | 0 | 0 | 137 | 1 | 0 | 3 | 0 | 1 |
| 370 | 91 | 47 | 14 | 3 | 2 | 157 | 0 | 0 | 0 | 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 390 | 81 | 39 | 26 | 4 | 2 | 152 | 0 | 0 | 0 | 147 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 410 | 93 | 62 | 19 | 4 | 1 | 179 | 0 | 1 | 0 | 170 | 0 | 0 | 7 | 0 | 2 |
| 430 | 83 | 51 | 17 | 4 | 1 | 156 | 0 | 2 | 1 | 130 | 0 | 0 | 18 | 0 | 3 |
| 450 | 122 | 54 | 18 | 9 | 1 | 204 | 0 | 1 | 2 | 152 | 0 | 0 | 44 | 0 | 14 |
| 470 | 127 | 41 | 12 | 8 | 3 | 191 | 0 | 3 | 0 | 136 | 0 | 0 | 45 | 0 | 21 |
| 490 | 0 | 30 | 10 | 2 | 0 | 42 | 0 | 3 | 3 | 32 | 0 | 0 | 7 | 0 | 24 |
| 510 | 0 | 16 | 6 | 3 | 1 | 26 | 0 | 0 | 1 | 20 | 0 | 0 | 6 | 0 | 28 |
| 530 | 0 | 10 | 3 | 4 | 3 | 20 | 0 | 1 | 0 | 17 | 0 | 0 | 1 | 0 | 27 |
| 550 | 0 | 1 | 4 | 0 | 0 | 5 | 0 | 2 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 27 |
| 570 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 | 6 | 0 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| 590 | 0 | 6 | 0 | 1 | 0 | 7 | 0 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 610 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 630 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 650 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 670 | 907 | 1748 | 1235 | 593 | 228 | 4711 | 0 | 0 | 343 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 4281 | 2801 | 1490 | 656 | 245 | 9473 | 328 | 25 | 353 | 3136 | 276 | 42 | 137 | 28 | 207 |
| 2 | 907 | 1748 | 1235 | 593 | 228 | 4711 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

# 5 Rechenergebnisse

## 5.1 Prüfung des Rechenprogramms anhand eines Vergleichs zwischen Häufigkeiten und Erwartungswerten für Primärprozesse

Die hohen Rechengeschwindigkeiten elektronischer Rechenmaschinen ermöglichen die Durchführung von Monte-Carlo-Rechnungen, in denen eine beschränkte Anzahl von Rechenoperationen sehr oft wiederholt wird. Die Überprüfung von Rechenergebnissen mit Bleistift und Papier kann sich bestenfalls auf Stichproben beschränken. Man sucht deshalb nach exakt berechenbaren Vergleichswerten, an denen man eventuell Zwischenergebnisse einer Monte-Carlo-Rechnung prüfen kann.

Der Vergleich zwischen Häufigkeiten und Erwartungswerten erlaubt eine Prüfung des Rechenprogramms bis zur Feststellung der ersten Wechselwirkung des γ-Quants. Darin eingeschlossen ist die Prüfung des Zufallszahlengenerators, der bis dahin viermal benutzt wird; und zwar zweimal bei der Bestimmung der Ausbreitungsrichtung und je einmal zur Bestimmung von Anfangsweglänge und Art der primären Wechselwirkung.

Abb. 12 zeigt für drei Monte-Carlo-Rechnungen den Vergleich zwischen Häufigkeiten und Erwartungswerten für die Primärprozesse. Diese Ergebnisse wurden aus Rechnungen für das bereits mehrmals erwähnte Differenz-γ-Spektrometer mit der Szintillatorkombination NaJ/NE 102 A und umgebenden NaJ-Anti-Compton-Ring (Geometrie 40) erhalten. Die primären γ-Energien, mit denen die Rechnungen durchgeführt wurden, sind 0.279, 1.114 und 1.780 MeV. Diese Energien stehen in der 7. - 10. Stelle der NUMMER (Abb. 12), durch die jede Rechnung gekennzeichnet wird.

Tabelle 6 Verschmierte Energieabsorptions-Spektren aus 322

Nummer 244040066101 Kennzahl 200050050000

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 95 | 10 | 0 | 0 | 0 | 105 | 0 | 0 | 0 | 64 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| 70 | 171 | 12 | 0 | 1 | 0 | 184 | 3 | 0 | 0 | 107 | 2 | 8 | 0 | 1 | 0 |
| 90 | 175 | 15 | 0 | 0 | 0 | 190 | 3 | 0 | 0 | 113 | 7 | 5 | 1 | 1 | 0 |
| 110 | 160 | 20 | 0 | 0 | 0 | 180 | 8 | 0 | 0 | 96 | 2 | 1 | 1 | 6 | 0 |
| 130 | 137 | 17 | 2 | 1 | 0 | 157 | 7 | 0 | 0 | 101 | 4 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 150 | 176 | 29 | 3 | 0 | 0 | 208 | 14 | 0 | 0 | 126 | 9 | 5 | 0 | 1 | 1 |
| 170 | 162 | 37 | 2 | 0 | 0 | 201 | 34 | 0 | 0 | 106 | 21 | 3 | 0 | 1 | 4 |
| 190 | 250 | 64 | 11 | 1 | 0 | 326 | 93 | 0 | 0 | 128 | 60 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| 210 | 260 | 82 | 15 | 4 | 0 | 361 | 100 | 0 | 0 | 128 | 79 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 230 | 187 | 76 | 15 | 1 | 0 | 279 | 36 | 0 | 0 | 144 | 47 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 250 | 142 | 59 | 17 | 2 | 1 | 221 | 25 | 0 | 0 | 139 | 27 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 270 | 105 | 51 | 9 | 1 | 0 | 166 | 3 | 0 | 0 | 127 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 290 | 93 | 60 | 6 | 2 | 0 | 161 | 1 | 0 | 0 | 139 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 310 | 83 | 48 | 13 | 0 | 0 | 144 | 0 | 0 | 0 | 120 | 1 | 0 | 2 | 0 | 1 |
| 330 | 87 | 52 | 13 | 2 | 1 | 155 | 1 | 0 | 0 | 136 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 350 | 86 | 49 | 16 | 1 | 1 | 153 | 0 | 0 | 0 | 139 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 |
| 370 | 90 | 40 | 21 | 7 | 2 | 160 | 0 | 0 | 0 | 154 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 390 | 94 | 39 | 18 | 7 | 2 | 160 | 0 | 0 | 0 | 155 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 410 | 100 | 56 | 26 | 2 | 2 | 186 | 0 | 0 | 0 | 177 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 430 | 96 | 66 | 13 | 2 | 1 | 178 | 0 | 0 | 0 | 157 | 0 | 0 | 16 | 0 | 1 |
| 450 | 105 | 48 | 15 | 9 | 1 | 178 | 0 | 0 | 0 | 149 | 0 | 0 | 19 | 0 | 2 |
| 470 | 102 | 27 | 12 | 8 | 1 | 150 | 0 | 2 | 0 | 123 | 0 | 0 | 16 | 0 | 7 |
| 490 | 23 | 37 | 8 | 4 | 1 | 73 | 0 | 0 | 0 | 61 | 0 | 0 | 10 | 0 | 12 |
| 510 | 3 | 13 | 5 | 2 | 1 | 24 | 0 | 1 | 0 | 23 | 0 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| 530 | 0 | 16 | 8 | 4 | 2 | 30 | 0 | 2 | 0 | 26 | 0 | 0 | 1 | 0 | 18 |
| 550 | 0 | 3 | 4 | 1 | 1 | 9 | 0 | 1 | 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16 |
| 570 | 0 | 6 | 1 | 0 | 0 | 7 | 0 | 5 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 |
| 590 | 0 | 7 | 4 | 2 | 0 | 13 | 0 | 7 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| 610 | 18 | 34 | 21 | 11 | 7 | 91 | 0 | 0 | 21 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 630 | 145 | 222 | 176 | 82 | 17 | 642 | 0 | 0 | 44 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 650 | 295 | 521 | 394 | 165 | 86 | 1461 | 0 | 0 | 65 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 670 | 287 | 627 | 403 | 204 | 70 | 1591 | 0 | 0 | 77 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 690 | 130 | 295 | 201 | 109 | 41 | 776 | 0 | 0 | 65 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 710 | 31 | 47 | 36 | 20 | 6 | 140 | 0 | 0 | 36 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 730 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 6 | 0 | 0 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 750 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 3889 | 2786 | 1490 | 656 | 245 | 9066 | 328 | 18 | 344 | 2950 | 284 | 30 | 74 | 13 | 117 |
| 2 | 907 | 1748 | 1235 | 593 | 228 | 4711 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 392 | 15 | 0 | 0 | 0 | 407 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Aus dem Vergleich in Abb. 12 ist die statistische Natur der Monte-Carlo-Methode und die Größe der Streuungen erkennbar. Systematische Abweichungen, die auf einen Programmfehler oder eine schlechte Funktion des Zufallszahlengenerators schließen lassen, sind nicht feststellbar. Die geringen Abweichungen in den Endsummen sind auf Rundungsfehler der Rechenmaschine zurückzuführen.

Bestätigt der hier angestellte Vergleich, daß der Zufallszahlengenerator in Ordnung ist, und daß Ausbreitungsrichtung, Weglänge und Art der Wechselwirkung richtig bestimmt werden, dann darf man erwarten, daß diese Bestimmungen auch in ihrer Anwendung auf die Sekundärprozesse, für die man keine exakt berechenbaren Vergleichswerte hat, richtig verlaufen werden. Das Endergebnis einer hier durchgeführten Monte-Carlo-Rechnung läßt sich nur durch Vergleich des gerechneten mit einem gemessenen Energieabsorptions-Spektrum prüfen (Kapitel 6).

## 5.2 Zusammensetzung der Vollabsorptionen in NaJ aus Einfach- und Mehrfachprozessen

Vollabsorptionen in NaJ entstehen nicht nur über einen primären Photoeffekt, sondern können auch über einen oder mehrere Comptoneffekte und nachfolgendem Photoeffekt zustande kommen.

Tabelle 9 zeigt für mehrere γ-Energien die Aufteilung der Vollabsorptionen nach der Anzahl der Wechselwirkungen, die bis zur vollständigen Absorption des γ-Quants notwendig waren. Die in den oberen beiden Rubriken der Tabelle 9 angegebenen Na-Kristalle haben beide die gleichen Abmessungen und werden unter dem gleichen Raumwinkel bestrahlt. Es handelt sich aber im ersten Fall um die Geometrie 10, bei der dem NaJ-Kristall ein NE 102 A-Szintillator (3"x3") gegenübersteht, während es im zweiten Fall in der Geometrie 20

HAEUFIGKEITEN NUMMER: +244o4oo279o1

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 25356 | 7768 | 722 | 33846 |
| P | o | o | o | o |
| C | 13172 | 1661o | 138oo | 43582 |
| F | 2 | 13977 | 1186o | 25839 |
| G | 3853o | 38355 | 26382 | 1o3267 |

ERWARTUNGSWERTE

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 25213 | 7795 | 678 | 33686 |
| P | o | o | o | o |
| C | 13311 | 16653 | 1384o | 438o4 |
| F | 1 | 14o77 | 11698 | 25776 |
| G | 38525 | 38525 | 26216 | 1o3266 |

HAEUFIGKEITEN NUMMER: +244o4o1114o1

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 11110 | 736o | 3o93 | 21563 |
| P | o | o | o | o |
| C | 31o8 | 645o | 631o | 15868 |
| F | o | 366 | 33o | 696 |
| G | 14218 | 14176 | 9733 | 38127 |

ERWARTUNGSWERTE

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 11153 | 7396 | 3o57 | 216o6 |
| P | o | o | o | o |
| C | 3o71 | 6476 | 6281 | 15828 |
| F | o | 352 | 341 | 693 |
| G | 14224 | 14224 | 9679 | 38127 |

HAEUFIGKEITEN NUMMER: +244o4o178oo1

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 29o4o | 2o533 | 95o1 | 59o74 |
| P | 26 | 579 | 586 | 1191 |
| C | 6o24 | 13419 | 13437 | 3288o |
| F | 18 | 424 | 4oo | 842 |
| G | 351o8 | 34955 | 23924 | 93987 |

ERWARTUNGSWERTE

| | 1 | 2 | 3 | SUMME |
|---|---|---|---|---|
| D | 2892o | 2o54o | 9543 | 59oo3 |
| P | 25 | 579 | 571 | 1175 |
| C | 6119 | 13522 | 1333o | 32971 |
| F | o | 423 | 417 | 84o |
| G | 35o64 | 35o64 | 23861 | 93989 |

Abb.12 Vergleich zwischen Häufigkeiten und Erwartungswerten

Tabelle 9 Monte-Carlo-Rechnungen: Aufteilung der Vollabsorptionen in NaJ nach der Anzahl der Wechselwirkungen. Absolute und relative Angaben. 5+ WW bedeutet 5 und mehr Wechselwirkungen.

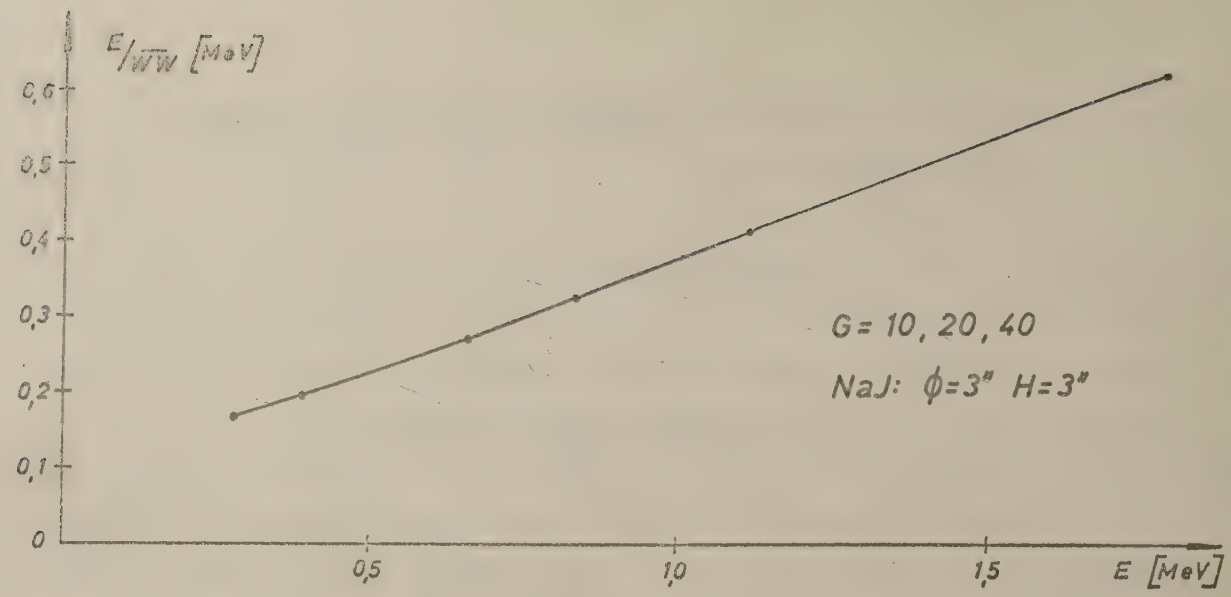
| NaJ Maße | E MeV | 1 WW | 2 WW | 3 WW | 4 WW | 5+ WW | 1 WW % | 2 WW % | 3 WW % | 4 WW % | 5+ WW % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ø = 3" | 0.393 | 3331 | 3435 | 1757 | 603 | 195 | 35.74 | 36.85 | 18.85 | 6.47 | 2.09 |
| H = 3" | 0.661 | 1013 | 1866 | 1408 | 653 | 305 | 19.31 | 35.58 | 26.84 | 12.45 | 5.82 |
| Ω/4π= 0.445 | 0.835 | 665 | 1455 | 1235 | 577 | 282 | 15.78 | 34.53 | 29.31 | 13.69 | 6.69 |
| | 1.114 | 432 | 1055 | 1030 | 505 | 289 | 13.05 | 31.86 | 31.11 | 15.25 | 8.73 |
| Ø = 3" | 0.393 | 6397 | 6474 | 3449 | 1211 | 406 | 35.66 | 36.09 | 19.23 | 6.75 | 2.26 |
| H = 3" | 0.661 | 2019 | 3630 | 2691 | 1244 | 537 | 16.95 | 35.87 | 26.59 | 12.29 | 5.31 |
| Ω/4π= 0.445 | 0.835 | 1227 | 2966 | 2375 | 1138 | 546 | 14.67 | 35.94 | 28.78 | 13.79 | 6.62 |
| | 1.114 | 691 | 2122 | 2012 | 1068 | 573 | 12.37 | 31.83 | 30.18 | 16.02 | 8.60 |
| Ø = 3" | 0.279 | 13977 | 8584 | 3072 | 776 | 166 | 52.59 | 32.30 | 11.56 | 2.92 | 0.62 |
| H = 3" | 0.661 | 907 | 1748 | 1235 | 593 | 228 | 19.25 | 37.10 | 26.22 | 12.59 | 4.84 |
| Ω/4π= 0.373 | 1.114 | 366 | 871 | 876 | 476 | 227 | 13.00 | 30.93 | 31.11 | 16.90 | 8.06 |
| | 1.780 | 365 | 1447 | 1446 | 819 | 508 | 7.96 | 31.56 | 31.54 | 17.86 | 11.08 |
| Ø = 3" | 0.279 | 13139 | 8083 | 2822 | 664 | 135 | 52.89 | 32.54 | 11.36 | 2.67 | 0.54 |
| H = 5.62 cm | 0.661 | 1853 | 3292 | 2346 | 1075 | 450 | 20.55 | 36.51 | 26.02 | 11.92 | 4.99 |
| Ω/4π= 0.268 | 1.114 | 968 | 2389 | 2159 | 1070 | 491 | 13.68 | 33.76 | 30.51 | 15.12 | 6.94 |
| | 1.780 | 565 | 1910 | 1828 | 1007 | 558 | 9.63 | 32.55 | 31.15 | 17.16 | 9.51 |
| Ø = 4" | 0.279 | 15163 | 9639 | 3600 | 886 | 184 | 51.45 | 32.71 | 12.21 | 3.01 | 0.62 |
| H = 4" | 0.661 | 2552 | 5127 | 4044 | 2133 | 1008 | 17.17 | 34.49 | 27.21 | 14.35 | 6.78 |
| Ω/4π= 0.317 | 1.114 | 1022 | 2874 | 2899 | 1681 | 1047 | 10.73 | 30.18 | 30.44 | 17.65 | 10.99 |
| | 1.780 | 553 | 2038 | 2307 | 1544 | 1120 | 7.31 | 26.95 | 30.51 | 20.42 | 14.81 |

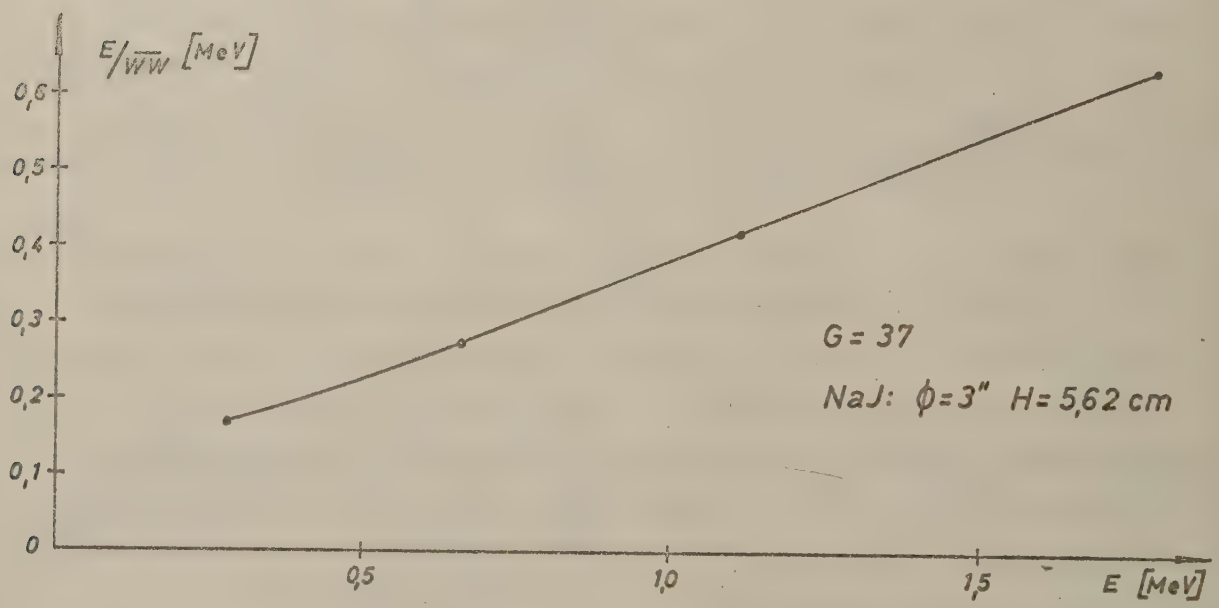
ein $C_{14}H_{10}$-Szintillator (2.5"x1") ist. Beide organische Szintillatoren haben jedoch keinen Einfluß auf die Vollabsorptionen in NaJ. So ist es auch bei den anderen in Tabelle 9 aufgeführten NaJ-Kristallen, denen allen ein organischer Szintillator gegenübersteht, da es sich hier um Ergebnisse aus Rechnungen für Differenz-γ-Spektrometer handelt.

Einen Überblick über die Größe der Streuungen in Monte-Carlo-Rechnungen zeigt wiederum ein Vergleich zwischen den relativen Werten für die nach Zahl der Wechselwirkungen aufgeteilten Vollabsorptionen aus der ersten Rubrik der Tabelle 9 (G = 10) mit denselben Werten aus der zweiten Rubrik (G = 20).

Aus den relativen Werten der Tabelle 9 ist weiter zu erkennen, daß die über einen primären Photoeffekt (1 WW) entstehenden Vollabsorptionen bei γ-Energien > 0,3 MeV geringer sind als Vollabsorptionen, die aus Mehrfachprozessen (2 WW ... 5 + WW) resultieren. Das Verhältnis verschiebt sich mit steigender γ-Energie und größer werdenden NaJ-Kristallen immer mehr zugunsten der Mehrfachprozesse.

Aus den Werten der Tabelle 9 wurden für Vollabsorptionen in NaJ die mittlere Zahl der Wechselwirkungen ($\overline{WW}$) und die mittlere absorbierte Energie pro Wechselwirkung ($E/\overline{WW}$) berechnet. Die Ergebnisse enthält Tabelle 10. Mit steigender γ-Energie werden $\overline{WW}$ und $E/\overline{WW}$ größer, ihre Abhängigkeit von der Szintillatorgröße ist dagegen relativ gering. In Abb. 13 ist der Verlauf von $E/\overline{WW}$ für Vollabsorptionen in verschieden großen NaJ-Kristallen aufgetragen. Oberhalb von 0.5 MeV γ-Energie ist der Verlauf linear.



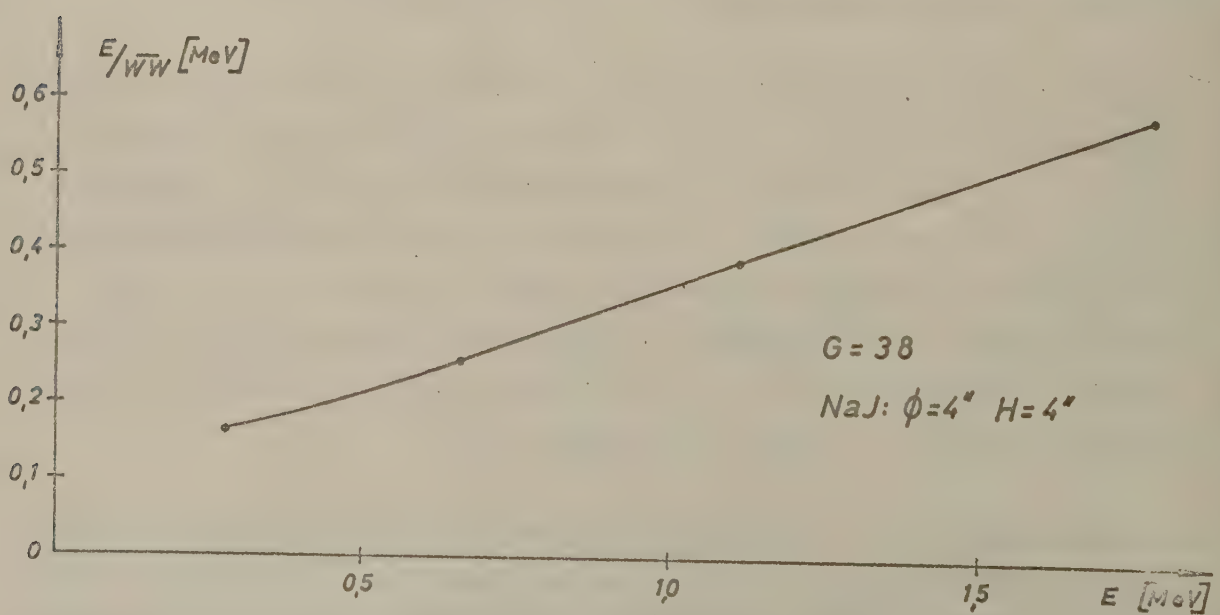




Abb.13 Monte-Carlo-Rechnungen: Mittlere absorbierte Energie pro Wechselwirkung (Tabelle 10).

Tabelle 10 Monte-Carlo-Rechnungen: Aufteilung der Vollabsorptionen in NaJ nach der Anzahl der Wechselwirkungen, mittlere Zahl der Wechselwirkungen und mittlere absorbierte Energie pro Wechselwirkung. 5 +WW bedeutet 5 und mehr Wechselwirkungen.

| NaJ Maße | E MeV | 1 WW $n_1$ | 2 WW $n_2$ | 3 WW $n_3$ | 4 WW $n_4$ | 5 +WW $n_5$ | Summe | $\Sigma n_K \cdot K$ | $\overline{WW}$ | $E/\overline{WW}$ MeV |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ∅ = 3" | 0.393 | 3331 | 3435 | 1757 | 603 | 195 | 9321 | 18859 | 2.023 | 0.194 |
| H = 3" | 0.661 | 1013 | 1866 | 1408 | 653 | 305 | 5245 | 13106 | 2.499 | 0.264 |
| Ω/4π= 0.445 | 0.835 | 665 | 1455 | 1235 | 577 | 282 | 4214 | 10998 | 2.610 | 0.320 |
| | 1.114 | 432 | 1055 | 1030 | 505 | 289 | 3311 | 9097 | 2.748 | 0.405 |
| ∅ = 3" | 0.393 | 6397 | 6474 | 3449 | 1211 | 406 | 17937 | 36566 | 2.039 | 0.193 |
| H = 3" | 0.661 | 2019 | 3630 | 2691 | 1244 | 537 | 10121 | 25013 | 2.471 | 0.268 |
| Ω/4π= 0.445 | 0.835 | 1227 | 2966 | 2375 | 1138 | 546 | 8252 | 21566 | 2.613 | 0.320 |
| | 1.114 | 891 | 2122 | 2012 | 1068 | 573 | 6666 | 18308 | 2.746 | 0.406 |
| ∅ = 3" | 0.279 | 13977 | 8584 | 3072 | 776 | 166 | 26575 | 44295 | 1.667 | 0.167 |
| H = 3" | 0.661 | 907 | 1748 | 1235 | 593 | 228 | 4711 | 11620 | 2.467 | 0.268 |
| Ω/4π= 0.373 | 1.114 | 366 | 871 | 876 | 476 | 227 | 2816 | 77750 | 2.761 | 0.403 |
| | 1.780 | 365 | 1447 | 1446 | 819 | 508 | 4585 | 13413 | 2.925 | 0.609 |
| ∅ = 3" | 0.279 | 13139 | 8083 | 2822 | 664 | 135 | 24843 | [illegible]102 | 1.654 | 0.169 |
| H = 5.62 cm | 0.661 | 1853 | 3292 | 2346 | 1075 | 450 | 9016 | 22025 | 2.443 | 0.271 |
| | 1.114 | 968 | 2389 | 2159 | 1070 | 491 | 7077 | 18958 | 2.679 | 0.416 |
| Ω/4π= 0.268 | 1.780 | 565 | 1910 | 1828 | 1007 | 558 | 5868 | 16687 | 2.844 | 0.626 |
| ∅ = 4" | 0.279 | 15163 | 9639 | 3600 | 886 | 184 | 29472 | 49705 | 1.687 | 0.165 |
| H = 4" | 0.661 | 2552 | 5127 | 4044 | 2133 | 1008 | 14864 | 36510 | 2.591 | 0.255 |
| Ω/4π= 0.317 | 1.114 | 1022 | 2874 | 2899 | 1681 | 1047 | 9523 | 27426 | 2.880 | 0.387 |
| | 1.780 | 553 | 2038 | 2307 | 1544 | 1120 | 7562 | 23326 | 3.085 | 0.577 |

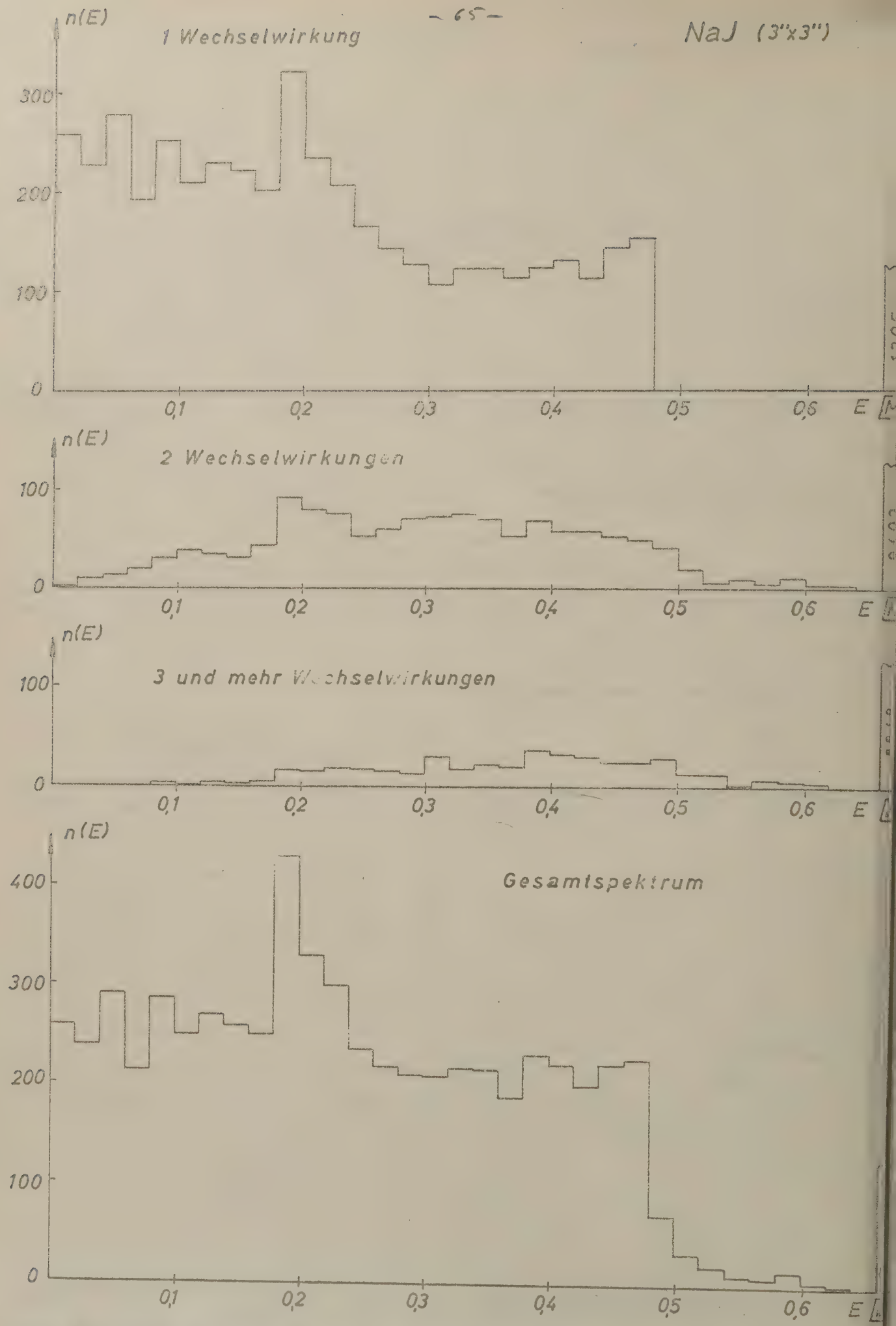



Abb. 14 Monte-Carlo-Rechnung: Energieabsorptions-Spektren aus NaJ geordnet nach der Anzahl der Wechselwirkungen.
$E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 10.

## 5.3. Einfluß von Mehrfachprozessen auf die Neigung der Comptonkante

Anhand von Teilspektren, die in Abhängigkeit von der Zahl der Wechselwirkungen dargestellt sind, soll der Einfluß von Mehrfachprozessen auf die Neigung der Comptonkante für verschiedene Szintillatoren gezeigt werden.

Die Spektren in den Abb. 14-16 sind Ergebnisse aus Monte-Carlo-Rechnungen für NaJ, $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A. Die γ-Energie beträgt 0.661 MeV, die Spektren sind unverschmiert, Koinzidenzen sind nicht aussortiert. Für die Gesamtspektren gilt: Compton-Kontinuum aus NaJ und Spektren aus $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A sind auf gleiche Flächen normiert.

Abgesehen von primären Photoeffekten, die zu Vollabsorptionen führen, entstehen die Teilspektren mit nur einer Wechselwirkung durch einfache Comptoneffekte. Diese Spektren brechen bei der Energie der Comptonkante steil ab (Abb. 14-16). Über mehrere Wechselwirkungen sind Energieabsorptionen möglich, die oberhalb der Energie der Comptonkante liegen. Die Häufigkeiten solcher Energieabsorptionen sind jedoch vom Szintillatormaterial abhängig.

In den Spektren aus NaJ (Abb. 14) fallen nur wenige Energieabsorptionen in den Bereich zwischen Energie der Comptonkante ($E_C$) und voller Energieabsorption ($E_\gamma$). Ein Compton-Quant, das nach einer oder mehreren Comptonstreuungen nur noch geringe Energie ($E \leq E_\gamma - E_C$) hat, wird in NaJ mit großer Wahrscheinlichkeit durch einen abschließenden Photoeffekt absorbiert, ehe es den Szintillator verlassen kann. Das Ergebnis ist eine Vollabsorption.

In Anthrazen und Plastikszintillatoren sind dagegen Photoeffekte unwahrscheinlich. Compton-Quanten mit geringer Energie ($E < E_\gamma - E_C$) können den Szintillator verlassen und es

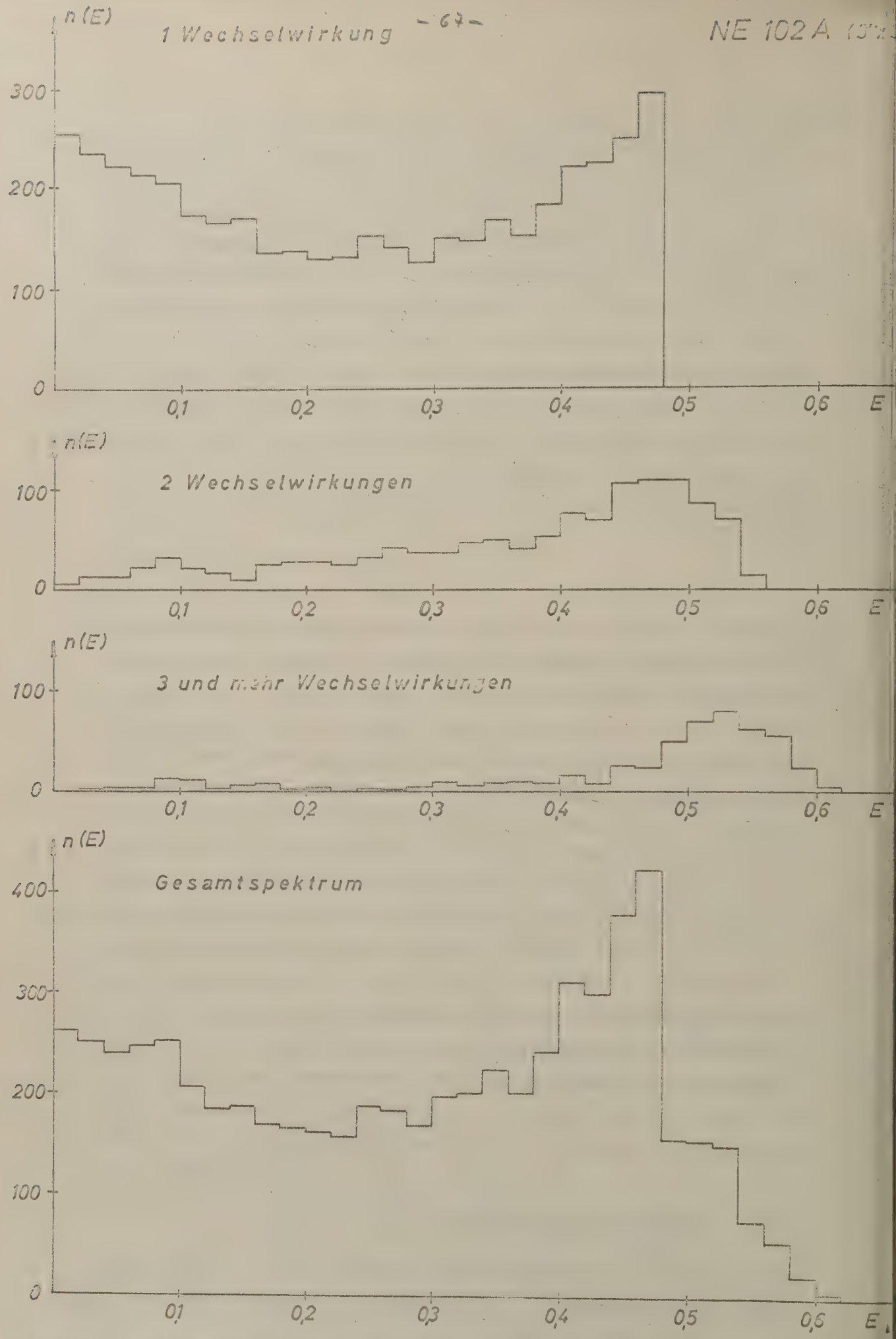
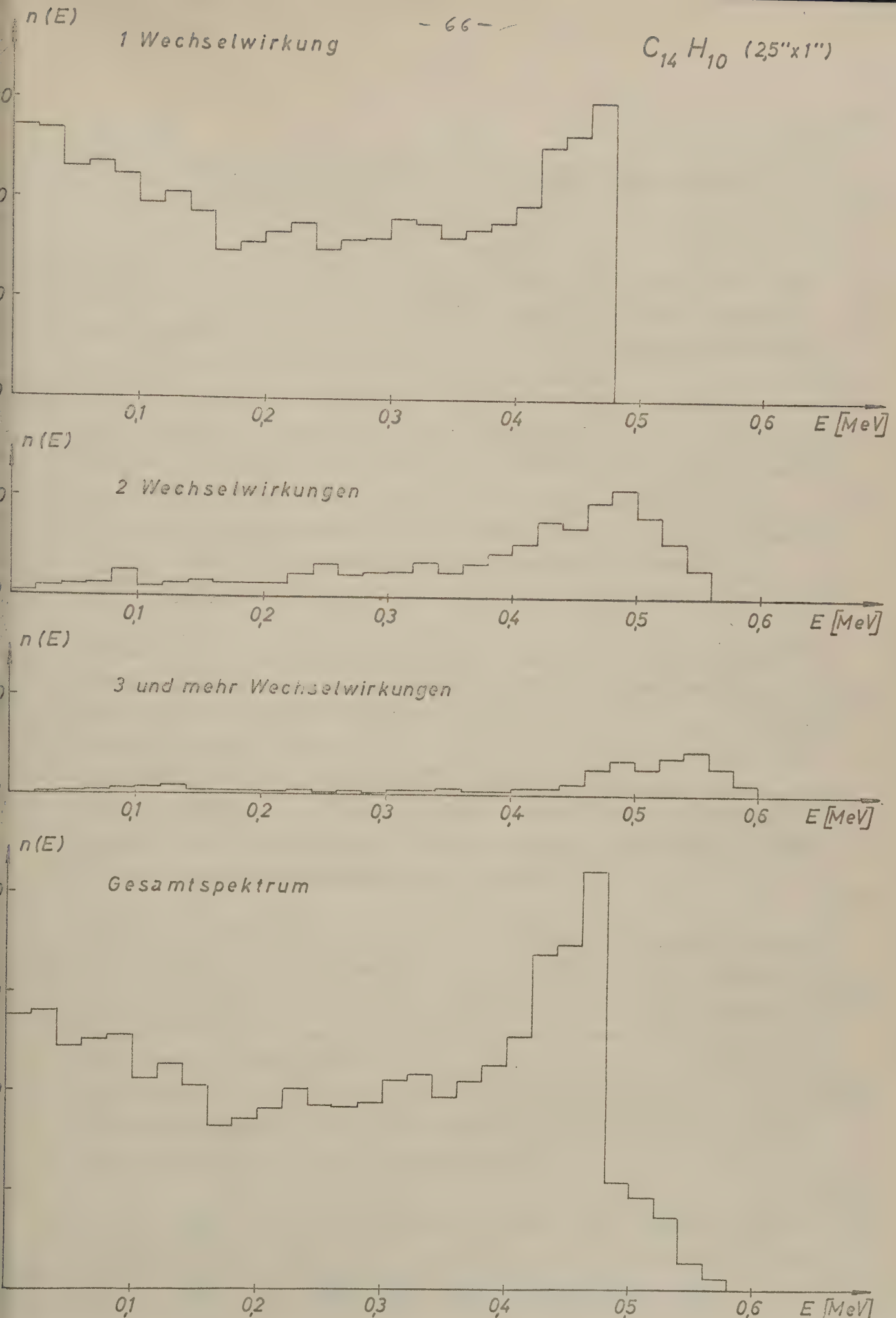



Abb.16 Monte-Carlo-Rechnung: Energieabsorptions-Spektren aus NE102A geordnet nach der Anzahl der Wechselwirkungen.
$E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 10.




.15 Monte-Carlo-Rechnung: Energieabsorptions-Spektren aus $C_{14}H_{10}$ geordnet nach der Anzahl der Wechselwirkungen.
$E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 20.

Abb. 5. Die experimentellen Bedingungen für diese Messungen wurden in eine Monte-Carlo-Rechnung übernommen. Die Rechenergebnisse werden in Abb. 17 wiedergegeben. Aus Abb. 17 ist genauso wie aus Abb. 5 zu ersehen, daß die Unterdrückung koinzidenter Pulse Proportionalität zwischen Compton-Kontinuum aus NaJ und Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ bewirkt (antikoinzidente Spektren).

Die Abb. 18-21 zeigen für vier verschiedene γ-Energien Differenz-γ-Spektren, die durch Subtraktion antikoinzidenter Spektren entstanden sind. Compton-Kontinuum aus NaJ und Spektrum aus $C_{14}H_{10}$ sind getrennt dargestellt. Die Monte-Carlo-Rechnungen wurden für die Geometrie 20 durchgeführt. Alle Rechenergebnisse wurden auf eine Quellstärke von $10^5$ γ-Quanten normiert.

Die Auswirkung der verschiedenen Steilheiten der Comptonkanten ist in allen Differenz-γ-Spektren deutlich zu erkennen. Die Faktoren für die Subtraktion sind sehr unterschiedlich. Sie betragen 0.92 bei einer γ-Energie von 0.393 MeV und steigen auf 2.16 bei einer γ-Energie von 1.114 MeV an. Setzt man beim Differenz-γ-Spektrum für $Cs^{137}$ den Faktor gleich Eins und normiert die Faktoren für andere γ-Energien entsprechend, dann erhält man für sie im erwähnten Energiebereich von 0.393 bis 1.114 MeV die Werte 0.6 - 1.3. Die Vergleichswerte aus Experimenten sind 0.7 bis 1.3 (Kapitel 3.5).

Die beiden in den experimentellen Untersuchungen festgestellten für die Differenz-γ-Spektrometrie hinderlichen Tatsachen, verschiedene Steilheiten der Comptonkanten und energieabhängige Faktoren für die Subtraktion, wurden also auch in den Ergebnissen der Monte-Carlo-Rechnungen gefunden.

resultiert eine Energieabsorption, die oberhalb von der Energie der Comptonkante liegt. In den Abb. 15 und 16 ist gut zu erkennen, daß Absorptionen in diesem Energiebereich in $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A häufiger vorkommen als in NaJ (Abb.14). Das wirkt sich in verschmierten Energieabsorptions-Spektren natürlich auf die Neigung der Comptonkante aus. Berücksichtigt man darüberhinaus, daß das für die Verschmierung der Spektren entscheidende energetische Auflösungsvermögen in der Reihenfolge NaJ → $C_{14}H_{10}$ → NE 102 A schlechter wird, so ist zu verstehen, daß die Comptonkante in Spektren aus $C_{14}H_{10}$ und in noch stärkerem Maße in Spektren aus NE 102 A flacher verläuft als in Spektren aus NaJ.

Für Vollabsorptionen in NaJ wurde in Kapitel 5.2 festgestellt, daß die Zahl der Wechselwirkungen mit größer werdenden Szintillatoren geringfügig zunimmt. Das gleiche beobachtet man auch für Teilabsorptionen, wenn man in den Abb. 15 und 16 die Spektren für Mehrfachprozesse vergleicht und dabei beachtet, daß die Abmessungen des $C_{14}H_{10}$-Szintillators mit 2,5"x1" (Abb. 15) kleiner sind als die des NE 102 A - Szintillators mit 3"x3" (Abb.16). Der vermehrte Anteil von Vielfachprozessen im größeren NE 102 A-Szintillator führt auch zu mehr Energieabsorptionen, die oberhalb der Comptonkante liegen. Das wiederum macht die Comptonkante flacher und verschlechtert die Anpassung an die wesentlich steiler verlaufende Comptonkante in Spektren aus NaJ. Deshalb ist es gar nicht zu empfehlen, in einem Differenz-γ-Spektrometer sehr große organische Szintillatoren zu benutzen.

## 5.4 Differenz-γ-Spektren

In Kapitel 3.5 wurden Messungen von $Cs^{137}$ in der Geometrie 23 beschrieben. Die gemessenen Spektren enthält dort

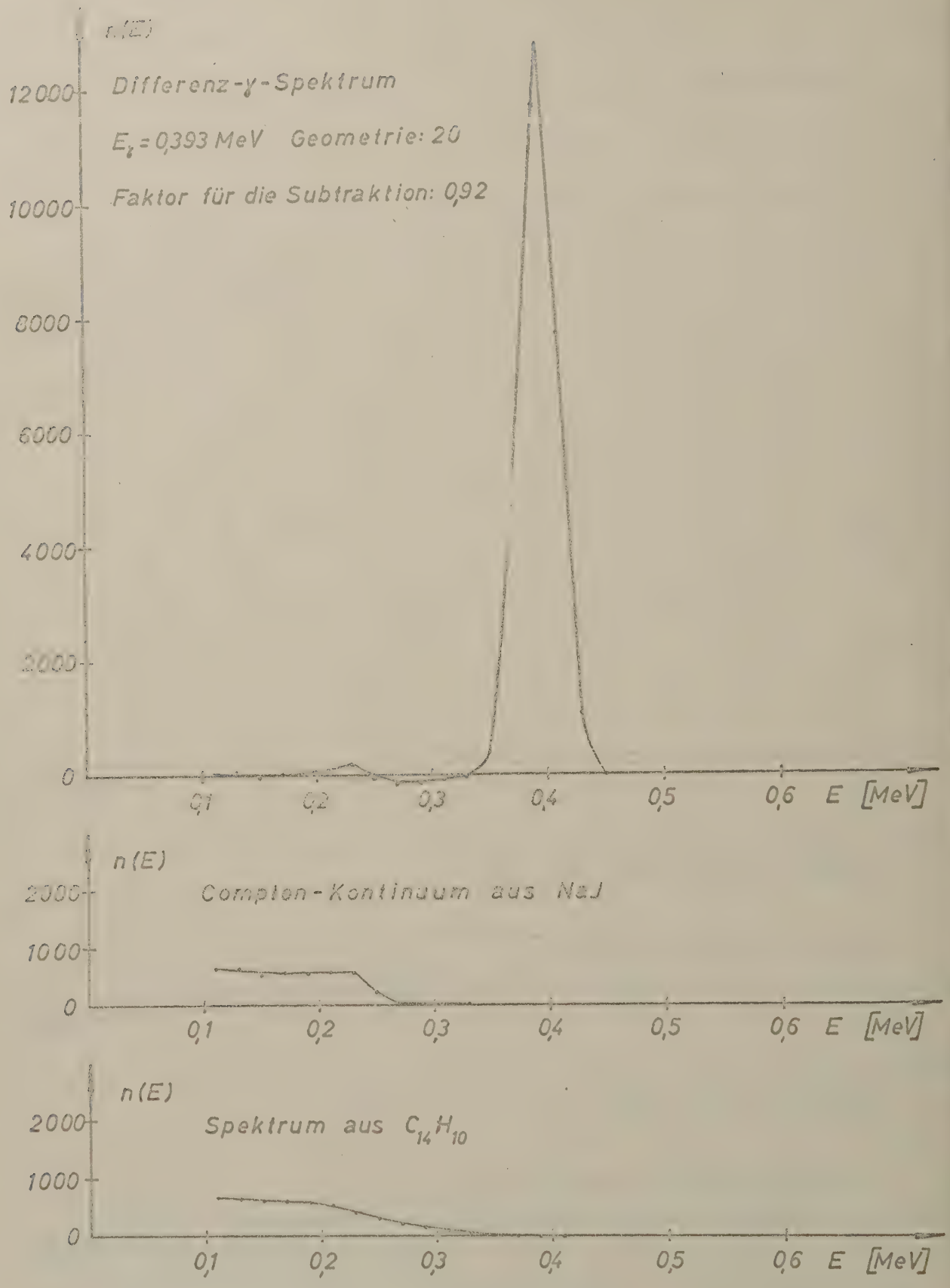
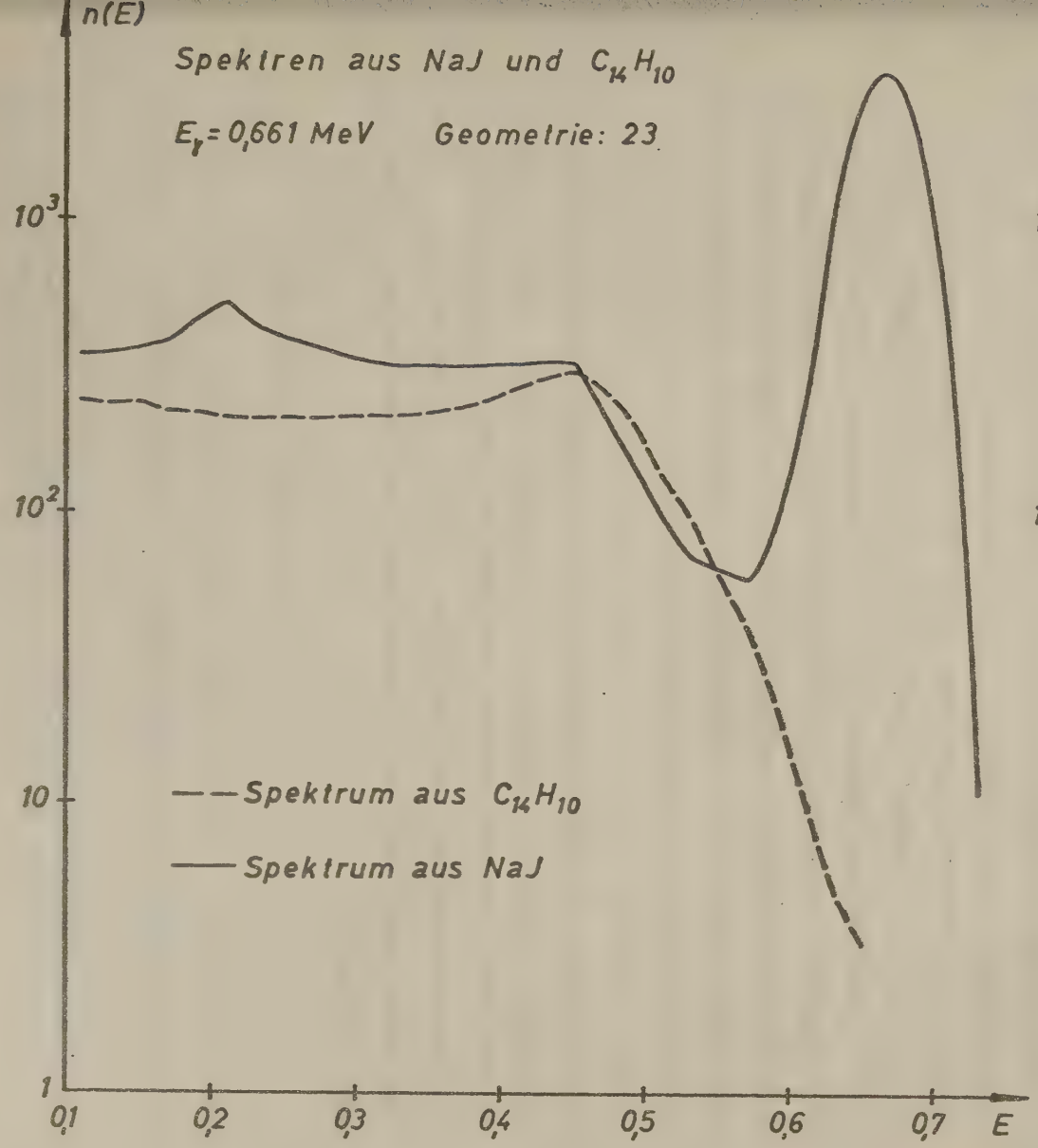



Abb. 18 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 0.393 MeV, Geometrie: 20. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.



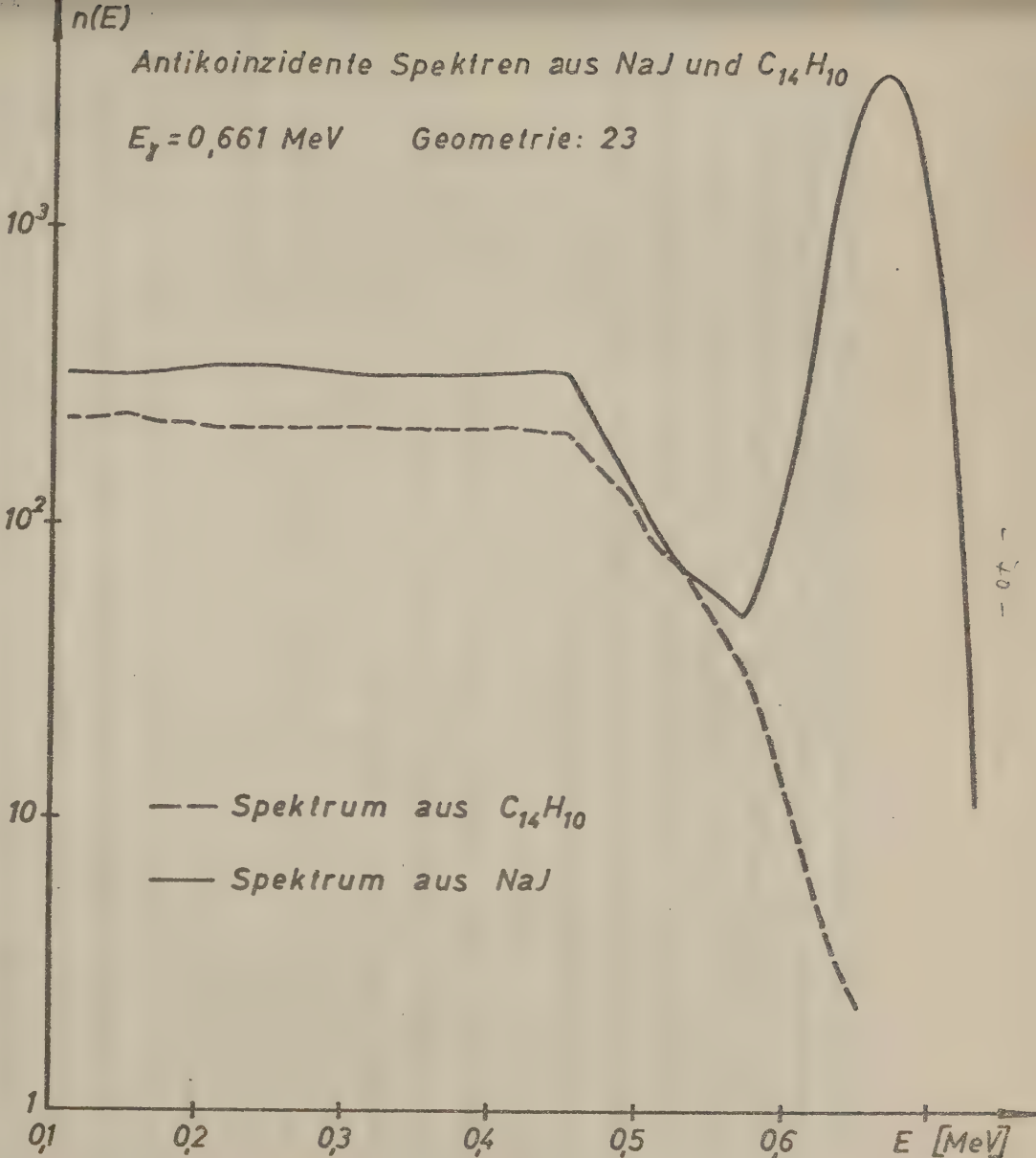




Abb. 17 Monte-Carlo-Rechnung: Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$. $E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 23.

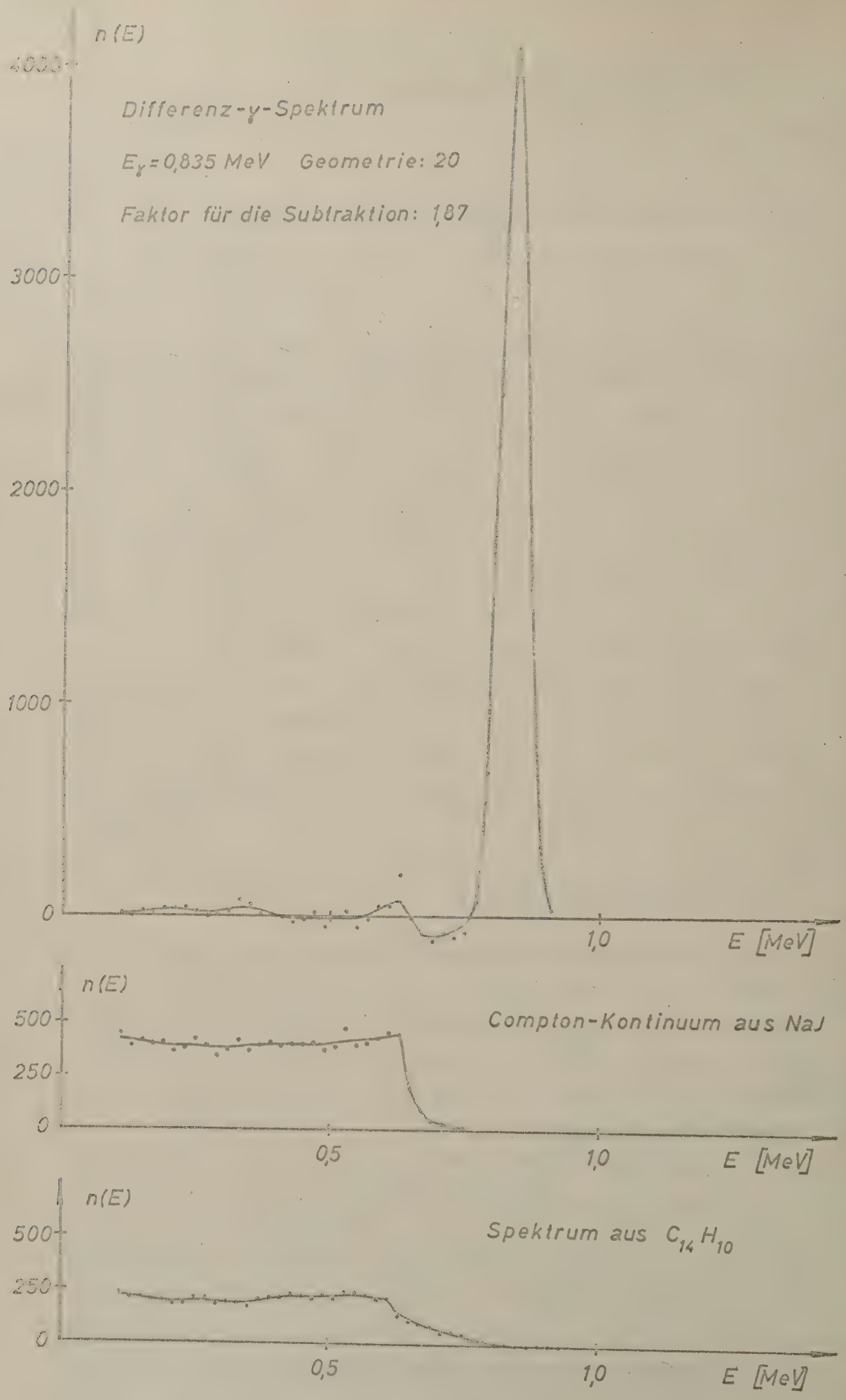
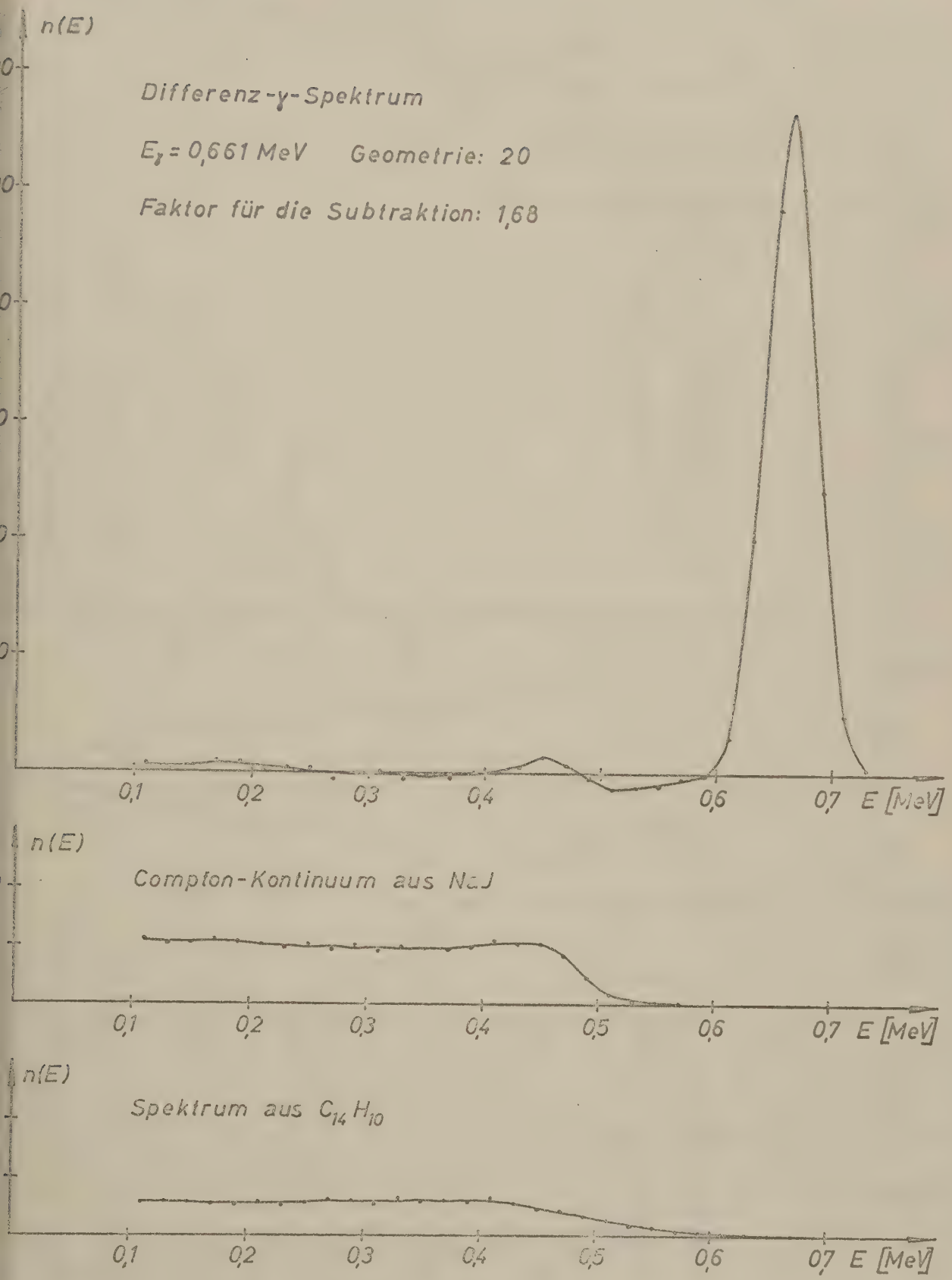



Abb. 20 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 0.835 MeV, Geometrie: 20. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.




. 19 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 20. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.

# 6 Vergleich zwischen gemessenen und gerechneten Spektren

## 6.1 Abweichungen zwischen gemessenen und gerechneten Spektren

Abb. 22 zeigt einen Vergleich zwischen gemessenen und gerechneten Spektren. Es handelt sich hierbei um den Vergleich einer Messung von $Cs^{137}$ mit einer Monte-Carlo-Rechnung für die $\gamma$-Energie 0.661 MeV in der Geometrie 23. Betrachtet werden die antikoinzidenten Spektren aus NaJ. Im Experiment ist es manchmal schwierig, Kanallage und Kanalbreite genau der Rechnung anzupassen. Es kommt daher vor, daß die Vollabsorptionspeaks aus Messung und Rechnung nicht exakt übereinanderfallen, wie es in Abb. 22 der Fall ist. Während dieser Fehler prinzipiell vermeidbar ist, stellt man zwei andere Abweichungen zwischen gemessenen und gerechneten Spektren immer wieder fest. Betrachtet man dazu den linken Teil der Abb. 22, dann ist zu erkennen:

a) Im gemessenen Spektrum setzt der Abfall an der Comptonkante früher ein als im gerechneten Spektrum.

b) Im gemessenen Pulshöhenspektrum wird ein Teil der Pulshöhen nicht an der Stelle eingeordnet, an der man sie aufgrund des vergleichbaren gerechneten Energieabsorptions-Spektrums erwarten würde, sondern allgemein bei niedrigeren Kanalzahlen. Das hat zur Folge, daß das gemessene Spektrum im Bereich des Photopeaks niedriger ist und dafür im niederenergetischen Teil höher als das gerechnete Spektrum.

Als Ursache für diese Abweichungen scheint aufgrund der durchgeführten Prüfungen für das Rechenprogramm ein Programmfehler nicht in Frage zu kommen. Zur Vereinfachung der Rechnung sind jedoch einige physikalische Vorgänge

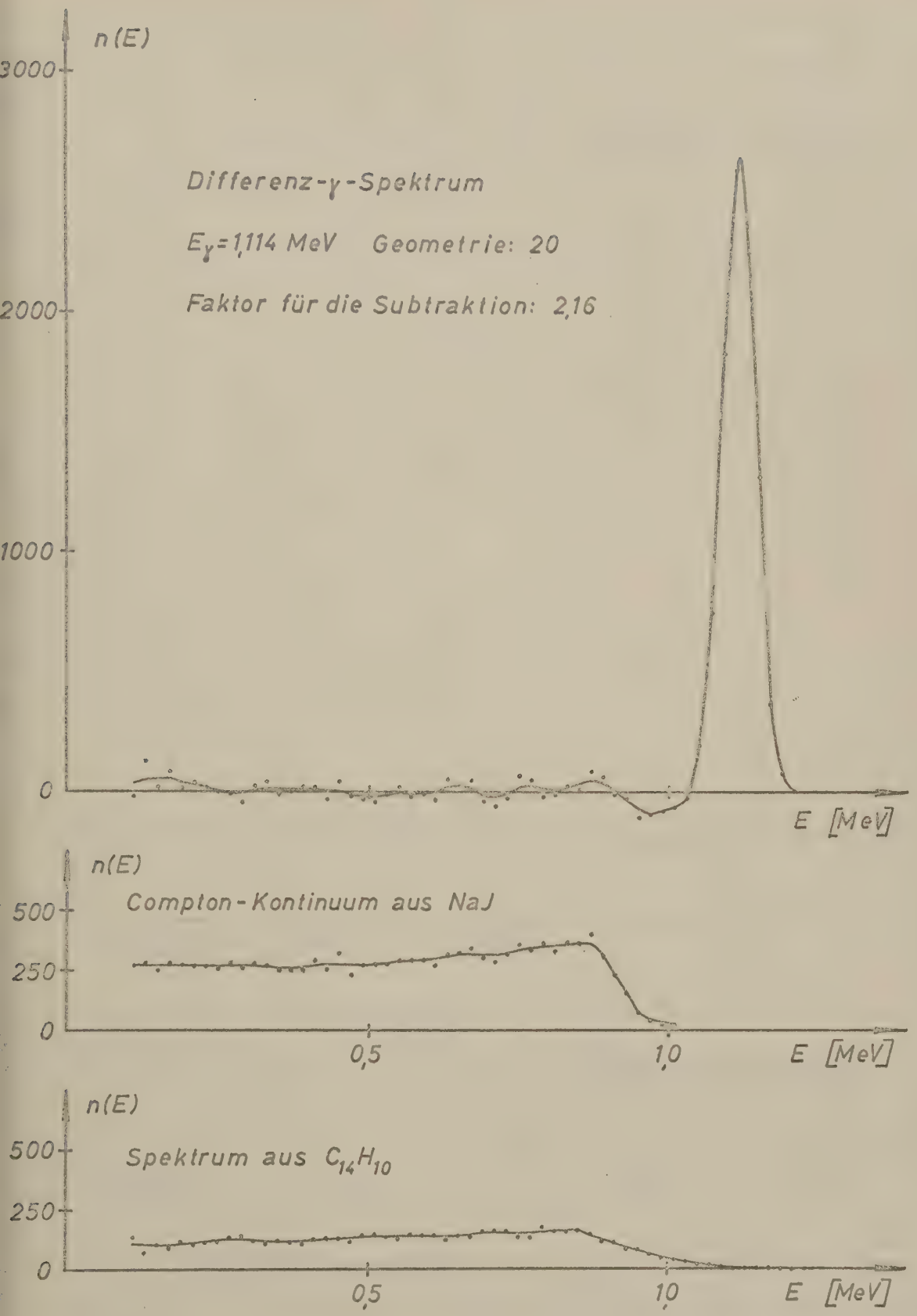



Abb. 21 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 1.114 MeV, Geometrie: 20. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.

bei den Wechselwirkungsprozessen unberücksichtigt geblieben (Kapitel 4.4). Dazu zählen das Entstehen charakteristischer Röntgenquanten und die Reichweiten von Elektronen und Positronen. In der Rechnung wird angenommen, daß die Energie dieser Teilchen am Ort der Wechselwirkung absorbiert wird. Im Experiment treten aber aus den Randzonen des Szintillators Röntgenquanten, Elektronen und Positronen aus. Die von ihnen mitgeführten Energien werden nicht im Szintillator absorbiert. Die Randzonen sind jedoch so schmal im Vergleich zu den Abmessungen der in Experimenten und Rechnungen betrachteten Szintillatoren, daß daraus nicht die unter a) und b) genannten Abweichungen erklärt werden können.

Auch die Bremsstrahlungserzeugung wird in der Rechnung nicht berücksichtigt. Bei $\gamma$-Energien von 0.661 MeV ($Cs^{137}$) und 0.835 MeV ($Mn^{54}$), für die hauptsächlich Spektren verglichen wurden, ist die Erzeugung von Bremsstrahlung gering [23] . Die erzeugten Quanten sind energiearm und werden in NaJ stark absorbiert. Das Austreten von Bremsstrahlungsquanten aus den Randzonen des Szintillators ist daher unwesentlich.

Die Abweichungen lassen sich erklären, wenn man als ihre Ursache nichtproportionale Lichtausbeute und optische Absorption ansieht.

## 6.2 Nichtproportionale Lichtausbeute

Zerby, Meyer und Murray [24] haben festgestellt, daß die Lichtausbeute in NaJ von der Energie der bei Wechselwirkungen erzeugten Sekundärelektronen abhängt. Ihre Ergebnisse, die aus Experimenten und Monte-Carlo-Rechnungen stammen, sind als $L/E_e$-Werte in Abb. 23 dargestellt. $L/E_e$ ist das Verhältnis von Lichtausbeute zur Energie des Elektrons, das in NaJ unter Szintillationserzeugung ab-

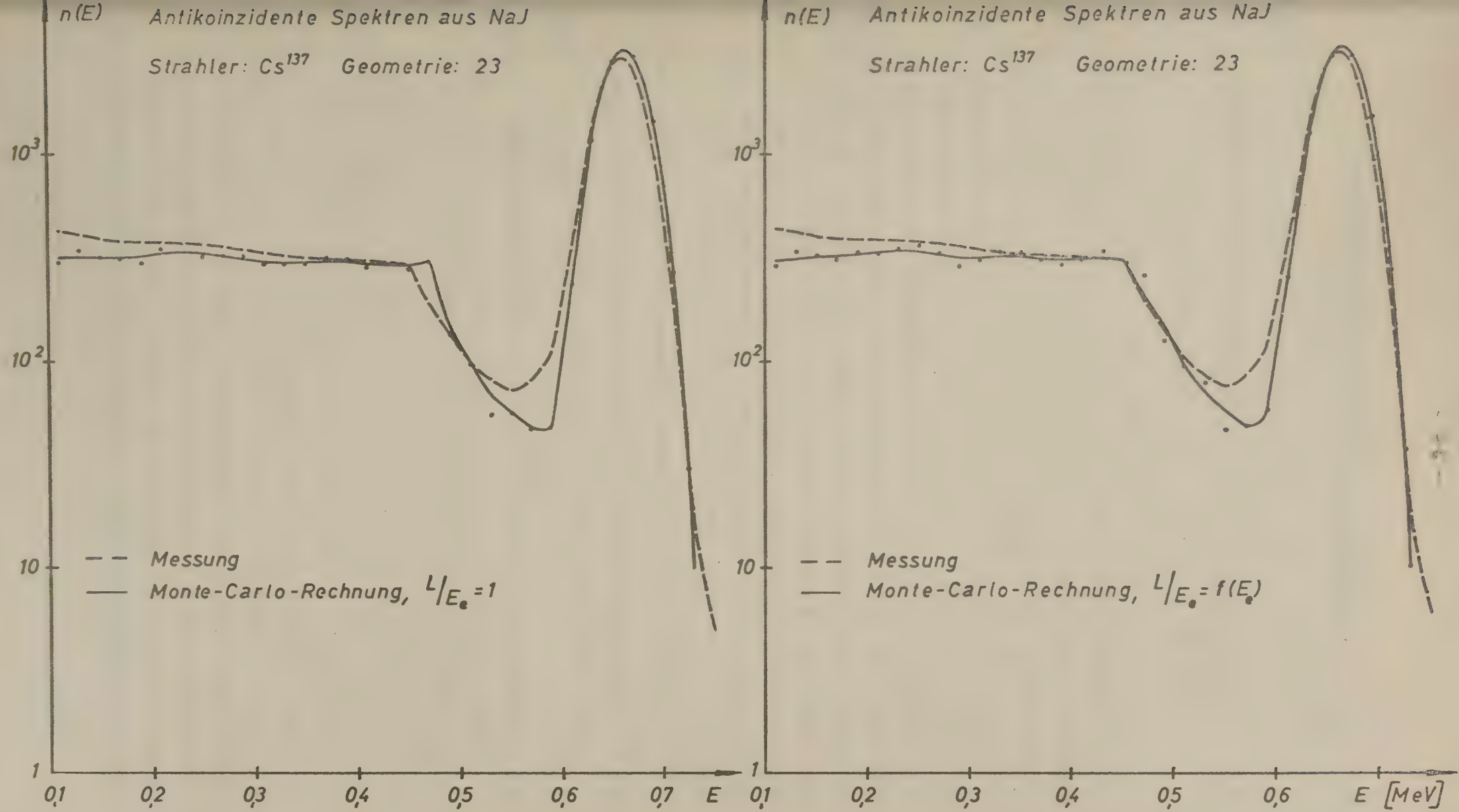



Abb.22 Vergleich zwischen Messung und Rechnung: Antikoinzidente Spektren aus NaJ. Strahler: $Cs^{137}$, Geometrie: 23. Die Spektren sind auf gleiche Anzahl normiert.

sorbiert wird. In Abb. 23 ist $L/E_e$ auf 1 normiert für eine Elektronenenergie von 3 MeV.

Sekundärelektronen, die bei der Absorption von γ-Quanten in NaJ entstehen, haben sehr unterschiedliche Energien. Diese Energien werden in der Monte-Carlo-Rechnung nicht im einzelnen festgehalten, es wird jedoch registriert, wieviele Wechselwirkungen das γ-Quant bis zu seiner vollständigen Absorption oder bis zu seinem Entweichen aus dem Szintillator erlitten hat. Aus der absorbierten Energie und der Zahl der Wechselwirkungen kann man eine mittlere Energieabsorption pro Wechselwirkung berechnen. Sie ist gleichbedeutend mit der mittleren Energie der Sekundärelektronen, wenn nur Photo- und Comptoneffekte auftreten. Bei der Paarbildung ist die Zahl der Sekundärteilchen um eins größer als die Zahl der Wechselwirkungen, da bei der ersten Wechselwirkung Elektron und Positron entstehen.

Das Rechenprogramm (A 50/3) bestimmt nicht für jedes γ-Quant im einzelnen die mittlere Energie der Sekundärelektronen, sondern baut zunächst Energieabsorptions-Spektren geordnet nach der Zahl der Wechselwirkungen auf und berechnet dann für jedes Energieintervall in den Spektren die mittlere absorbierte Energie pro Wechselwirkung. Im oberen Teil der Abb. 24 werden an einem Energieabsorptions-Spektrum aus NaJ die zu jedem Energieintervall errechneten Werte für die mittlere Energie der Sekundärelektronen ($E_e$) gezeigt. Die zugehörigen $L/E_e$-Werte lassen sich aus der Kurve in Abb. 23 ablesen und sind im unteren Teil der Abb. 24 aufgetragen. Hier ist $L/E_e$ auf 1 normiert für das letzte Energieintervall, das die Vollabsorptionen enthält. Bemerkenswert ist für $E_e$ und $L/E_e$ der Sprung an der Comptonkante ($E_c$).

Bei Berücksichtigung der nichtproportionalen Lichtausbeute müssen gerechnete Spektren mit $L/E_e$-Werten korrigiert werden. Für die Korrektur bewirkt $L/E_e < 1$ im

$$\frac{L}{E_e} = \frac{\text{Lichtausbeute in NaJ}}{\text{Absorbierte Elektronenenergie}}$$

Normierung: $L/E_e = 1$ für $E_e = 3\,MeV$

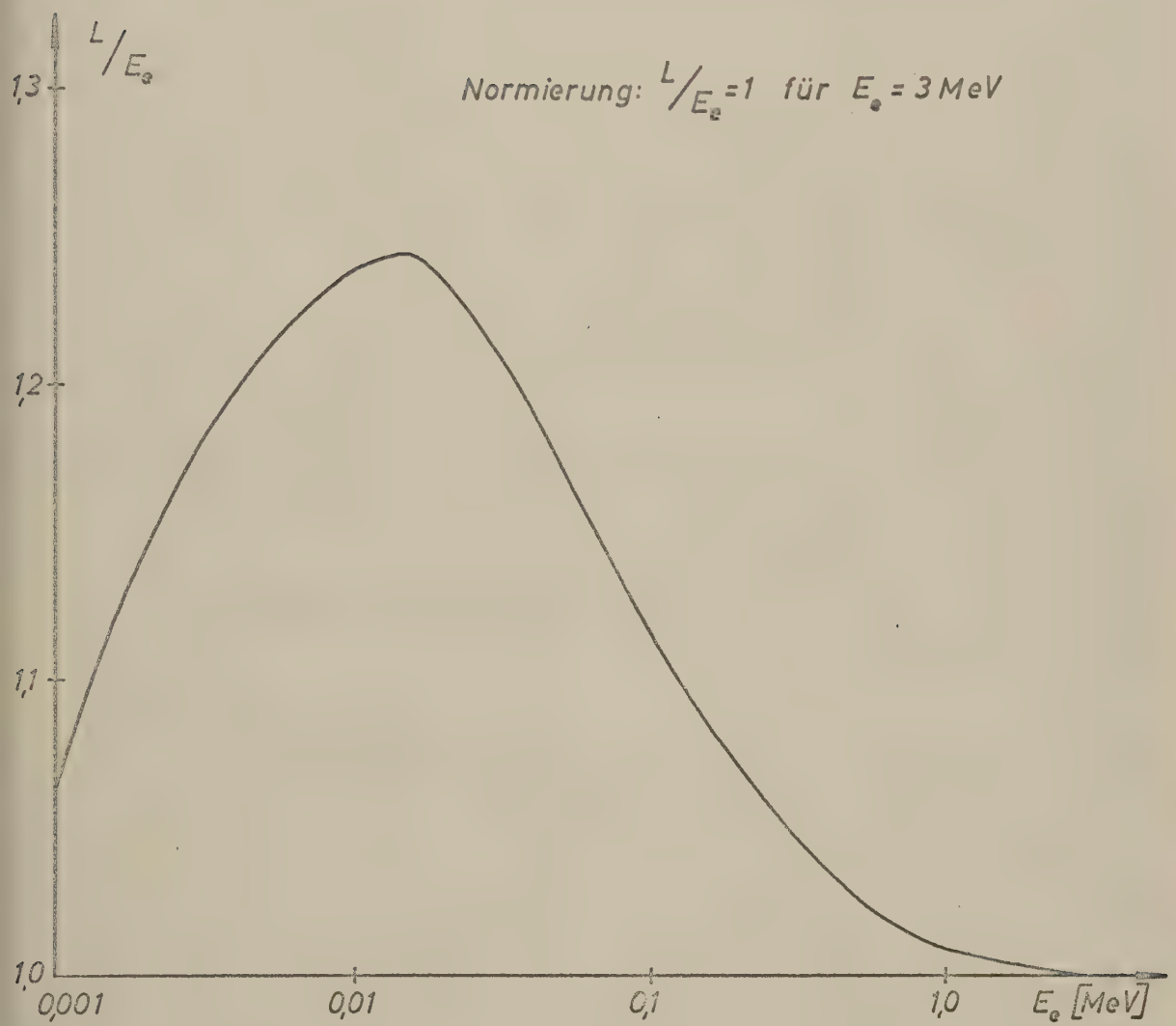



Abb. 23 $L/E_e$-Werte, Normierung: $L/E_e = 1$ für $E_e = 3$ MeV. Angaben nach C.D.Zerby, A.Meyer, R.B.Murray in Nucl.Instr.and Meth. 12 (1961) 118.

Spektrum eine Verschiebung nach links und $L/E_e > 1$ eine Verschiebung nach rechts, während keine Änderung eintritt, wenn $L/E_e = 1$ ist. Auf das Spektrum im linken Teil der Abb. 22 ist die Korrektur mit $L/E_e$-Werten angewendet worden und das Ergebnis wird im rechten Teil der gleichen Abbildung gezeigt. Gemessenes und gerechnetes Spektrum stimmen jetzt im Bereich der Comptonkante überein.

Die Verschiebung der Vollabsorptionspeaks aufgrund der nichtproportionalen Lichtausbeute in NaJ wird durch Präzisionsmessungen bestätigt. Heath [25] gibt Ergebnisse aus Messungen mit einem 3" x 3" NaJ-Kristall an. Die Verschiebung wird bezogen auf den 0.661 MeV Peak von $Cs^{137}$. In Tabelle 11 sind die experimentellen Ergebnisse von Heath eingetragen.

In eigenen Monte-Carlo-Rechnungen wurden für Vollabsorptionen die mittlere Zahl der Wechselwirkungen ($\overline{WW}$) und die mittlere absorbierte Energie pro Wechselwirkung ($E/\overline{WW}$) berechnet. Die zugehörigen $L/E_e$-Werte wurden der Kurve in Abb. 23 entnommen und auf 1 normiert für die $\gamma$-Energie 0.661 MeV ($Cs^{137}$). Die Rechenergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 11 zusammengestellt. Die Übereinstimmung von Rechnung und Experiment ist für einen 3" x 3" NaJ-Kristall ausgezeichnet.

Neben der Peakverschiebung tritt eine Peakverbreiterung auf. Zerby und Mitarbeiter nennen sie "Intrinsic Line Broadening". In Messungen ist diese Verbreiterung jedoch nicht zu trennen von der Verbreiterung, die durch Statistik bei der Szintillationserzeugung und beim Auslösen und Vervielfachen der Elektronen im Photomultiplier entsteht.

Porter und Mitarbeiter [26,27] stellten bei Experimenten mit monoenergetischen Elektronen die nichtproportionale Lichtausbeute auch für $C_{14}H_{10}$ und den Plastikszintillator

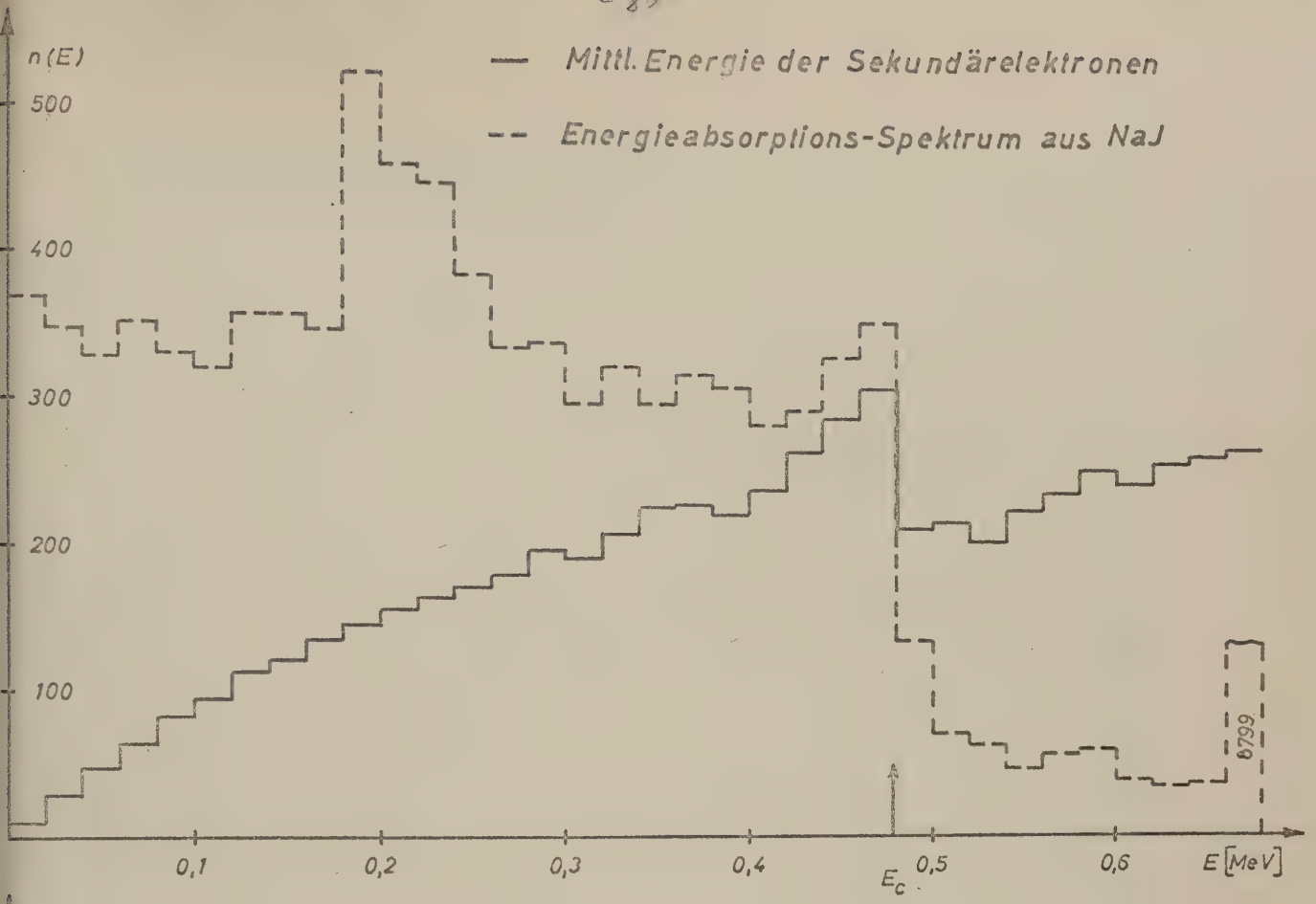


Abb. 24 Monte-Carlo-Rechnung: Mittlere Energie der Sekundärelektronen. $L/E_e$-Werte, Normierung: $L/E_e = 1$ für E = 0.661 MeV. Geometrie: 23.

"Pilot B" fest. In den durchgeführten Monte-Carlo-Rechnungen wurden für $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A bisher keine Korrekturen aufgrund der nichtproportionalen Lichtsausbeute gemacht.

## 6.3 Optische Absorption

In den Abb. 25 und 26 sind Vergleiche zwischen Messung und Rechnung an antikoinzidenten, koinzidenten und dem koinzidenten Summenspektrum aus NaJ und $C_{14}H_{10}$ durchgeführt. Die verglichenen Spektren sind jeweils auf gleiche Gesamtzahl normiert. In allen Fällen ist aus den gemessenen Pulshöhenspektren zu erkennen, daß ein Teil der Pulse nicht die aus der vergleichbaren Rechnung erwartete Höhe haben, sondern allgemein niedriger sind. Zu erklären ist das mit optischer Absorption und Reflexionsverlusten, denen die Szintillationen auf dem Weg von ihrer Erzeugung bis zum Erreichen der Photokathode des Multipliers unterliegen. Über gleiche Beobachtungen berichten Kuijper, Tiesinga und Jonker [28] .

Es wurde noch nicht untersucht, ob es eine Gesetzmäßigkeit gibt, nach der die gemessenen Pulshöhenspektren von den idealen Energieabsorptions-Spektren infolge optischer Absorption abweichen. Daher war es auch nicht möglich, gerechnete Spektren entsprechend zu korrigieren. Systematische Untersuchungen an verschiedenen Szintillatoren müßten noch zeigen, ob die optische Absorption mit dem Verhältnis A/B in Zusammenhang zu bringen ist. Die Konstanten A und B bestimmen in welcher Weise das Auflösungsvermögen eines Detektors von der $\gamma$-Energie abhängt (Kapitel 3.4). Es wurde vermutet, daß A/B Eigenschaften für die Überführung der Szintillationen auf die Photokathode wiederspiegelt.

Tabelle 11 Monte-Carlo-Rechnungen: Verschiebung des Vollabsorptionspeaks in Abhängigkeit von der mittleren Energie der in NaJ absorbierten Elektronen. $L/E_e$-Werte nach Zerby, Meyer, Murray [24]. Die Vergleichswerte von R.L. Heath [25] wurden experimentell ermittelt.

| NaJ Maße | Nuklid | E MeV | $\overline{WW}$ | $E/\overline{WW}$ MeV | $L/E_e$ | Rechnung 10keV/Kan | Heath 10keV/Kan | Heath 5keV/Kan |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ø = 3" | Lu-177 | 0.208 | | | | | 1.048 | 1.048 |
| H = 3" | Hg-203 | 0.279 | 1.667 | 0.167 | 1.080 | 1.025 | | |
| | In-115m | 0.336 | | | | | 1.020 | 1.026 |
| | In-113m | 0.393 | 2.039 | 0.193 | 1.071 | 1.016 | 1.013 | 1.019 |
| | Cs-137 | 0.661 | 2.471 | 0.268 | 1.054 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| | Mn-54 | 0.835 | 2.613 | 0.320 | 1.045 | 0.991 | 0.991 | 0.992 |
| | Zn-65 | 1.114 | 2.746 | 0.406 | 1.035 | 0.982 | 0.983 | 0.978 |
| | Al-28 | 1.780 | 2.925 | 0.609 | 1.020 | 0.968 | 0.968 | - |
| ø = 3" | Hg-203 | 0.279 | 1.654 | 0.169 | 1.080 | 1.026 | | |
| H=5.62cm | Cs-137 | 0.661 | 2.443 | 0.271 | 1.053 | 1.000 | | |
| | Zn-65 | 1.114 | 2.679 | 0.416 | 1.033 | 0.981 | | |
| | Al-28 | 1.780 | 2.844 | 0.626 | 1.019 | 0.968 | | |
| ø = 4" | Hg-203 | 0.279 | 1.687 | 0.165 | 1.081 | 1.024 | | |
| H = 4" | Cs-137 | 0.661 | 2.591 | 0.255 | 1.056 | 1.000 | | |
| | Zn-65 | 1.114 | 2.880 | 0.387 | 1.036 | 0.981 | | |
| | Al-28 | 1.780 | 3.085 | 0.577 | 1.021 | 0.967 | | |

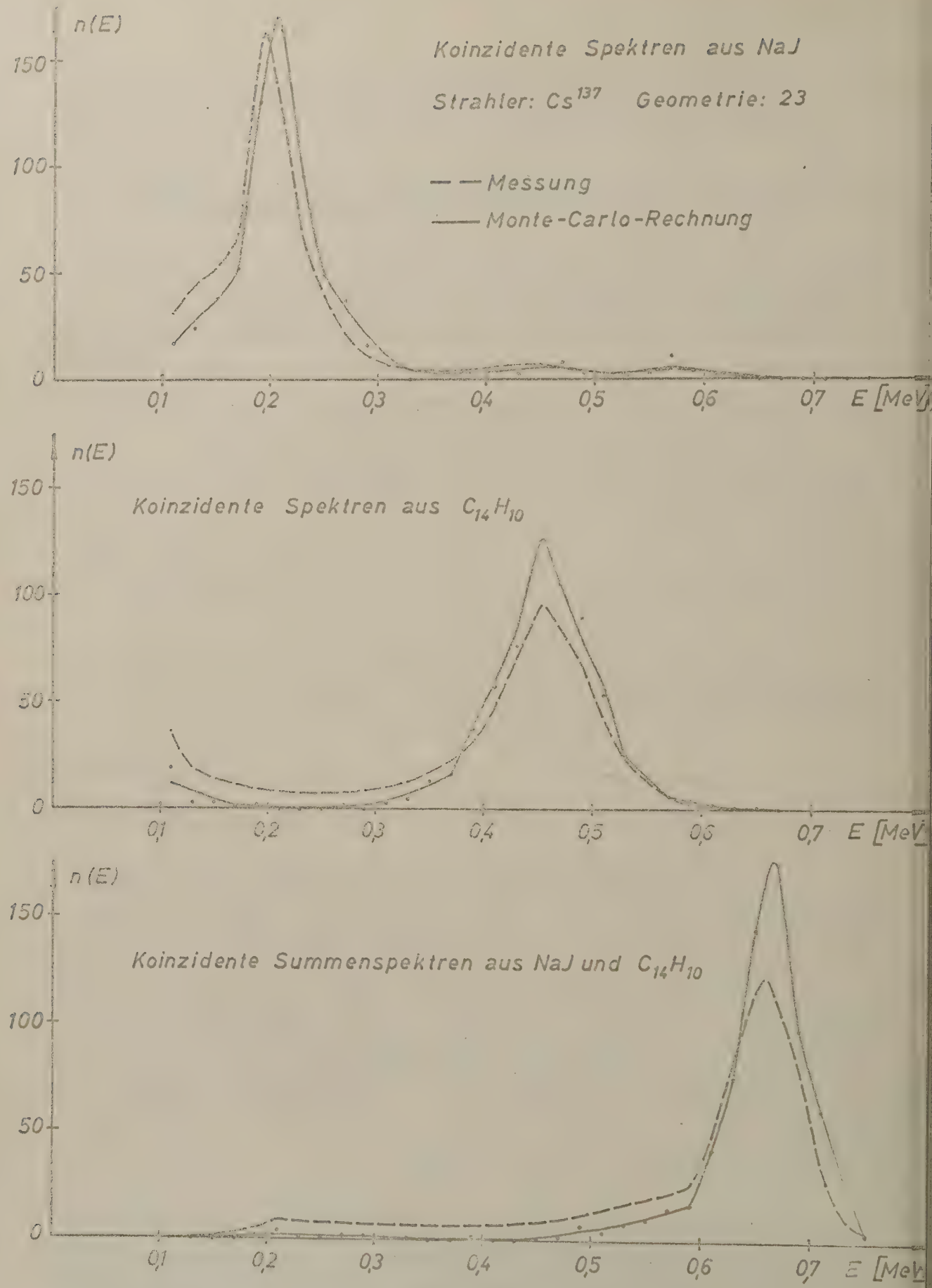



Abb. 26 Vergleich zwischen Messung und Rechnung: Koinzidente Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$. Strahler: $Cs^{137}$, Geometrie: 23. Die Spektren sind auf gleiche Anzahl normiert.

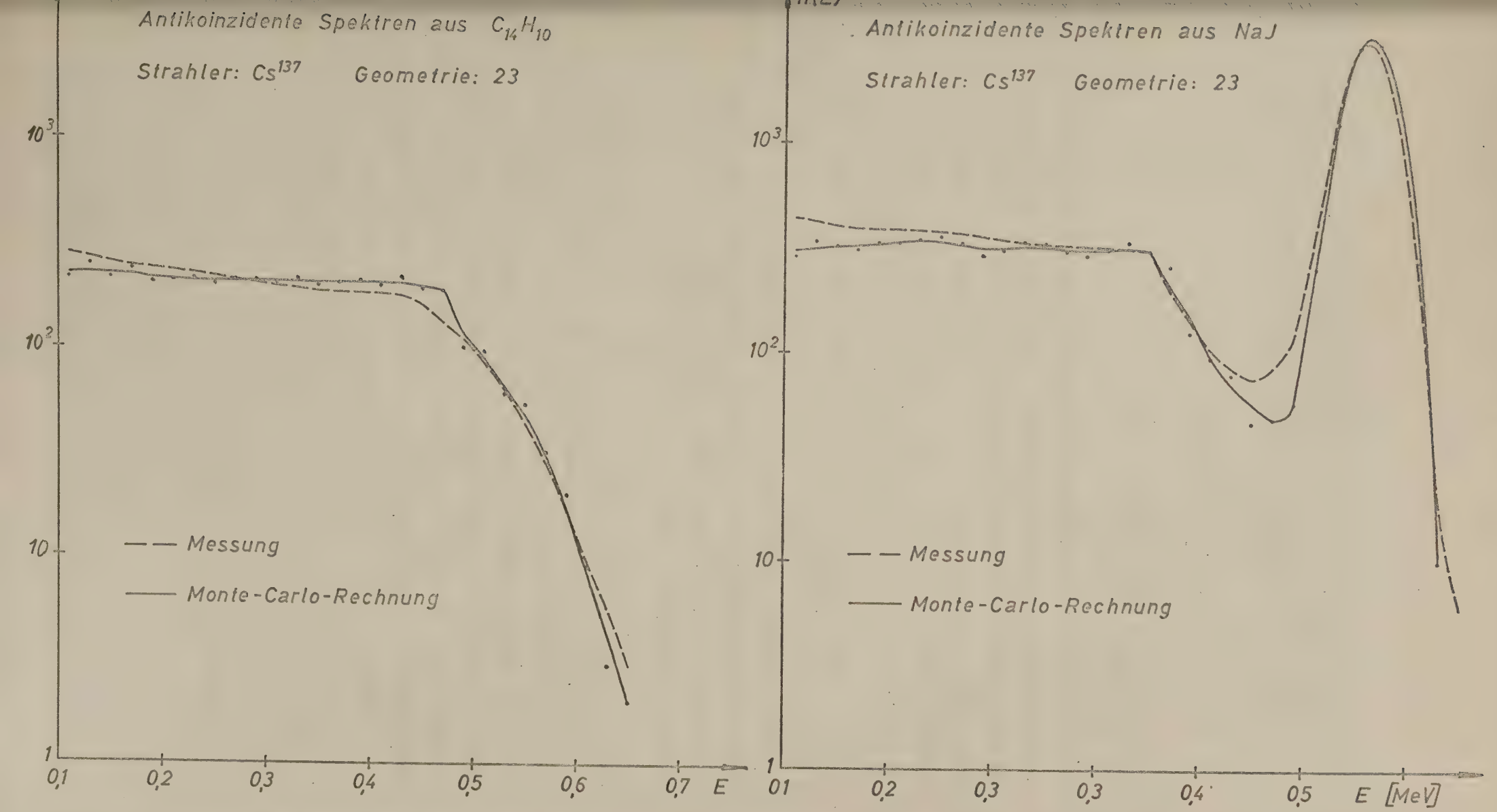



Abb. 25 Vergleich zwischen Messung und Rechnung: Antikoinzidente Spektren aus NaJ und $C_{14}H_{10}$. Strahler: $Cs^{137}$, Geometrie: 23. Die Spektren sind auf gleiche Anzahl normiert.

gleichzusetzen ist, da hier Vollabsorptionen fehlen. Von einem zum anderen Szintillator rückgestreute γ-Quanten werden von der Summierung ausgenommen. Das entspricht der praktischen Funktion des Spektrometers, wenn koinzidente Pulse unterdrückt werden. Das Verhältnis der Teilabsorptionen aus NaJ zu den Teilabsorptionen aus $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A ergibt den Faktor für die Subtraktion. Sein Verlauf mit der Energie ist in den Abbildungen gesondert dargestellt.

In der Abb. 27 sind die Geometrien 10 und 20 zusammengefaßt. In beiden Geometrien ist der Abstand zwischen der γ-Quelle und den Szintillatoren gleich und es wird beidemal ein NaJ-Kristall gleicher Größe (3" x 3") benutzt; unterschiedlich sind Material und Größe des zweiten Szintillators ($C_{14}H_{10}$, 2.5" x 1" bzw. NE 102 A, 3" x 3"). Für beide Geometrien wurde mit der gleichen Quellstärke gerechnet. Das größere Volumen des NE 102 A - Szintillators macht sich gegenüber $C_{14}H_{10}$ durch die höhere Anzahl von Teilabsorptionen bemerkbar. Dementsprechend sind auch die Faktoren für die Subtraktion verschieden.

In der Geometrie 37 (Abb. 28) ist vor den $C_{14}H_{10}$-Szintillator ein CsJ-Absorber gesetzt. Seine Dicke beträgt 0,5 cm und sein Durchmesser entspricht dem des $C_{14}H_{10}$-Szintillators. Aufgabe des Absorbers soll es sein, die Ansprechempfindlichkeit von $C_{14}H_{10}$ vorwiegend für niedrige Energien herabzusetzen mit dem Ziel, die Faktoren für die Subtraktion über einen großen Energiebereich konstant zu machen. Das Ergebnis in Abb. 28 zeigt trotzdem ein Ansteigen der Faktoren mit wachsender γ-Energie.

In der Geometrie 38 (Abb. 29) ist die Dicke des CsJ-Absorbers auf 0,5" erhöht und der NaJ-Kristall auf 4" x 4" vergrößert worden. Aus den Teilabsorptionen in NaJ und $C_{14}H_{10}$ ergeben sich jetzt relativ große Faktoren für die Subtraktion, die zudem auch nicht konstant sind.

# 7 Bedingungen für ein Differenz-γ-Spektrometer mit optimalem Wirkungsgrad

## 7.1 Monte-Carlo-Rechnungen für verschiedene Geometrien

Um den Weg zu einem Differenz-γ-Spektrometer mit optimalem Wirkungsgrad zu finden, wurden zahlreiche Monte-Carlo-Rechnungen für verschiedene Geometrien durchgeführt. Die Ergebnisse aus einem Teil dieser Rechnungen werden im folgenden in Diagrammen und Spektren dargestellt und diskutiert.

Zwei Bedingungen möchte man für ein gutes Differenz-γ-Spektrometer erreichen:

a) Die Spektren aus $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A sollen proportional zum Compton-Kontinuum im Spektrum aus NaJ sein.

b) Der Proportionalitätsfaktor (Faktor für die Subtraktion) soll energieunabhängig sein.

In antikoinzidenten Spektren ist a) bis auf den Energiebereich, in dem die Comptonkante liegt, annähernd erfüllt (Abb. 17).

Die unter b) geforderte Energieunabhängigkeit des Faktors für die Subtraktion ist nach dem, was die Rechnungen ergaben, nicht erfüllbar. Das ist aus den Diagrammen (Abb. 27 - 30) zu ersehen, in denen die Aufteilung in Voll- und Teilabsorptionen für beide Szintillatoren der Kombination dargestellt ist und gezeigt wird, wie sich aus dem Verhältnis der Teilabsorptionen der Faktor für die Subtraktion ergibt. Der Einfluß eines Absorbers oder eines Anti-Compton-Rings ist dabei von besonderem Interesse.

In NaJ ergibt die Summierung über das Compton-Kontinuum die Anzahl der Teilabsorptionen, während in $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A der Inhalt des gesamten Spektrums mit den Teilabsorptionen

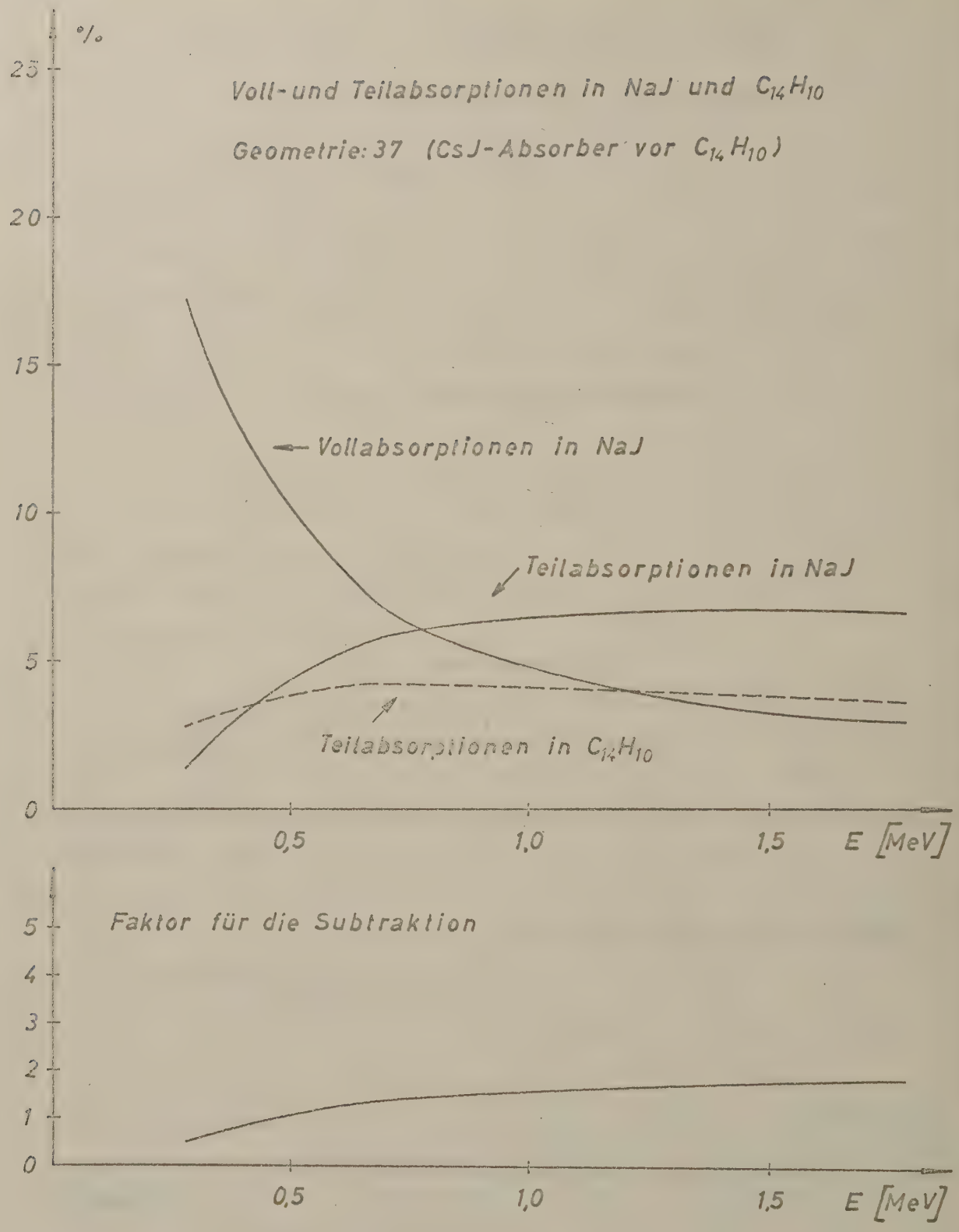
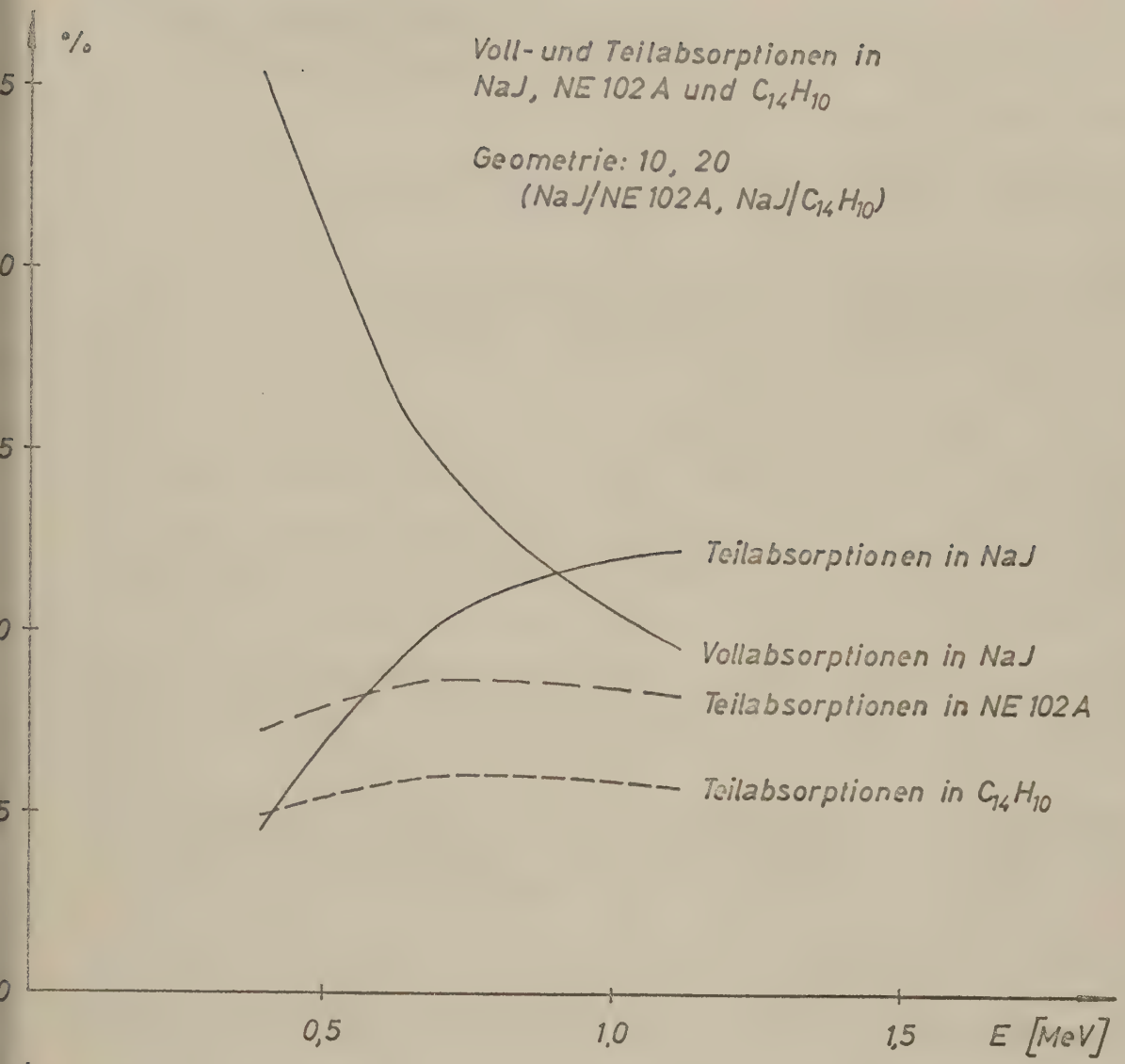



Abb. 28 Monte-Carlo-Rechnungen: Voll- und Teilabsorptionen in NaJ und $C_{14}H_{10}$. Den Kurven liegen Berechnungen für $E_\gamma$: 0.279, 0.661, 1.114 und 1.780 MeV zugrunde. Geometrie: 37 ($NaJ/C_{14}H_{10}$, CsJ-Absorber vor $C_{14}H_{10}$). Faktor für die Subtraktion des Spektrums aus $C_{14}H_{10}$ vom Spektrum aus NaJ.



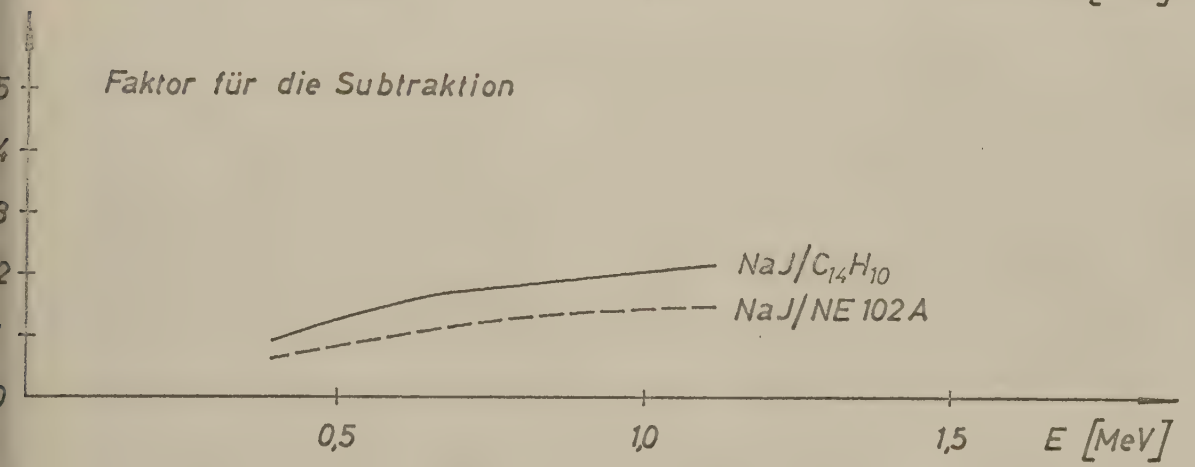




Abb.27 Monte-Carlo-Rechnungen: Voll- und Teilabsorptionen in NaJ, NE 102 A und $C_{14}H_{10}$. Den Kurven liegen Berechnungen für $E_\gamma$: 0.393, 0.661, 0.835 und 1.114 MeV zugrunde. Geometrie: 10, 20 (NaJ/NE 102 A, NaJ/$C_{14}H_{10}$). Faktor für die Subtraktion des Spektrums aus $C_{14}H_{10}$ bzw. NE 102 A vom Spektrum aus NaJ.

γ-Quanten, die in einem Differenz-γ-Spektrometer von einem zum anderen Szintillator rückgestreut werden, sind durch koinzidente Signale erkennbar. Die Koinzidenzen werden zur Erzeugung antikoinzidenter Spektren ausgesondert. Ein zwischen die Szintillatoren gebrachter Absorber hindert einen Teil der rückgestreuten γ-Quanten daran, den gegenüberliegenden Szintillator zu erreichen und koinzidente Signale auszulösen. Wird der Absorber jedoch aus Szintillatormaterial (CsJ)hergestellt, wie es in den Geometrien 37 und 38 der Fall ist, so übernimmt er die Aufgabe, für die rückgestreuten γ-Quanten koinzidente Signale zu geben.

Bei einer experimentellen Ausführung der Geometrien 37 und 38 müßten die Szintillationen aus CsJ und $C_{14}H_{10}$ mit einem Photomultiplier gemeinsam beobachtet werden. Die Trennung der Pulse hätte dann durch Pulsformdiskriminierung zu erfolgen.

In der Geometrie 40 (Abb. 30) sind zwei gleichgroße Szintillatoren aus NaJ und NE 102 A von einem Anti-Compton-Ring aus NaJ umgeben. Beide Szintillatoren haben die Maße 3" x 3", und der Anti-Compton-Ring hat einen Durchmesser von 8" und eine Höhe von 12". Kantele, Marttila und Hattula [29] benutzten für Experimente einen Anti-Compton-Ring mit gleichen Außenmaßen. Aus Abb. 30 ist die Wirkung des Anti-Compton-Rings zu ersehen. Die Teilabsorptionen in NaJ (Compton-Kontinuum im Spektrum aus NaJ) und die Teilabsorptionen in NE 102 A (Spektrum aus NE 102 A) sind jetzt im Verhältnis zu den Vollabsorptionen in NaJ so gering geworden, daß es möglich wird, den aus der Rechnung ermittelten energieabhängigen Faktor durch einen geeigneten konstanten Faktor zu ersetzen. In Kapitel 7.2 wird die Anwendung eines energieunabhängigen Faktors am Beispiel eines komplexen Spektrums gezeigt.

Differenz-γ-Spektren, die für die Geometrie 40 berechnet wurden, sind in den Abb. 31 - 34 dargestellt. Im Compton-

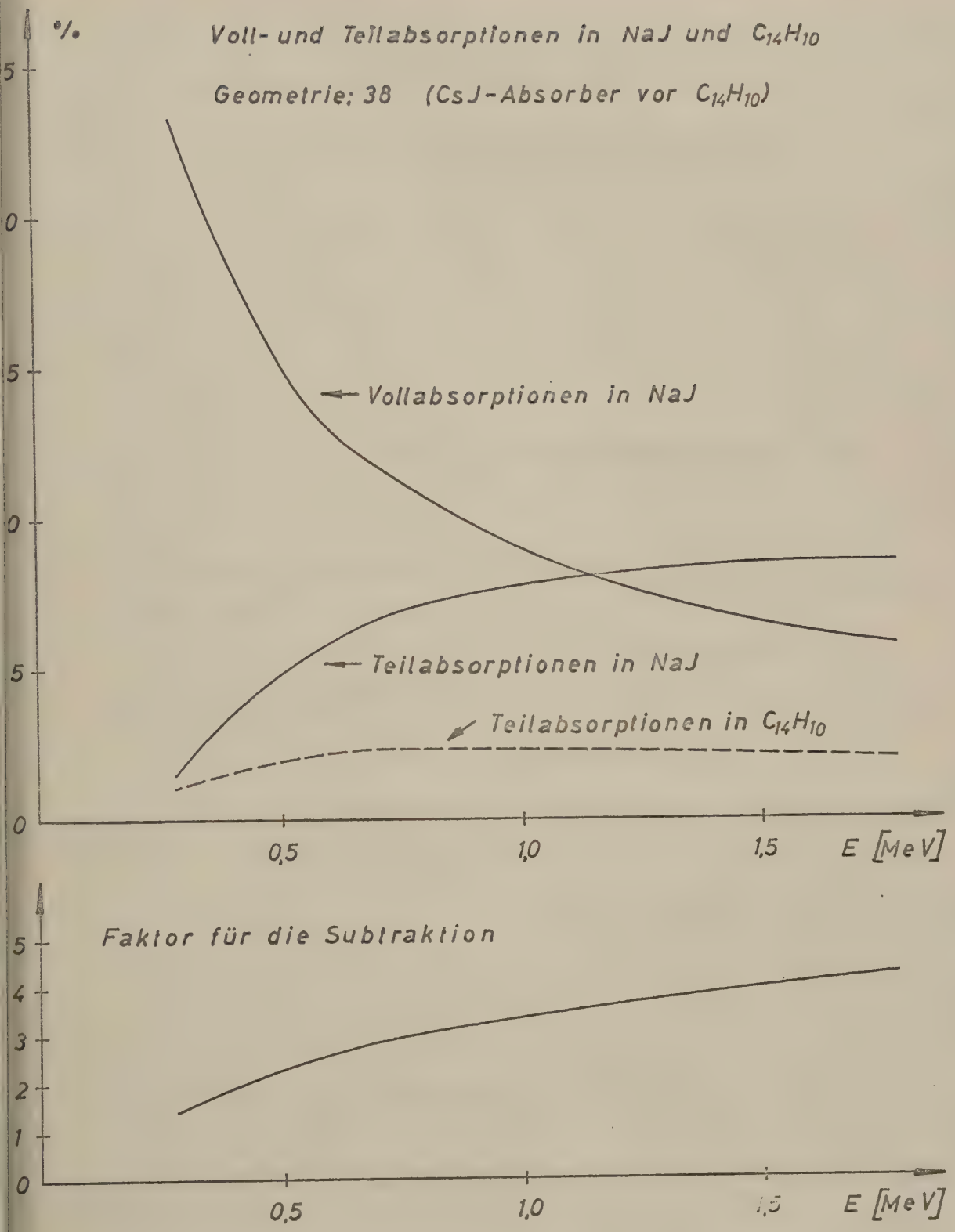



Abb. 29 Monte-Carlo-Rechnungen: Voll- und Teilabsorptionen in NaJ und $C_{14}H_{10}$. Den Kurven liegen Berechnungen für $E_\gamma$: 0.279, 0.661, 1.114 und 1.780 MeV zugrunde. Geometrie: 38 (NaJ/$C_{14}H_{10}$, CsJ-Absorber vor $C_{14}H_{10}$). Faktor für die Subtraktion des Spektrums aus $C_{14}H_{10}$ vom Spektrum aus NaJ.

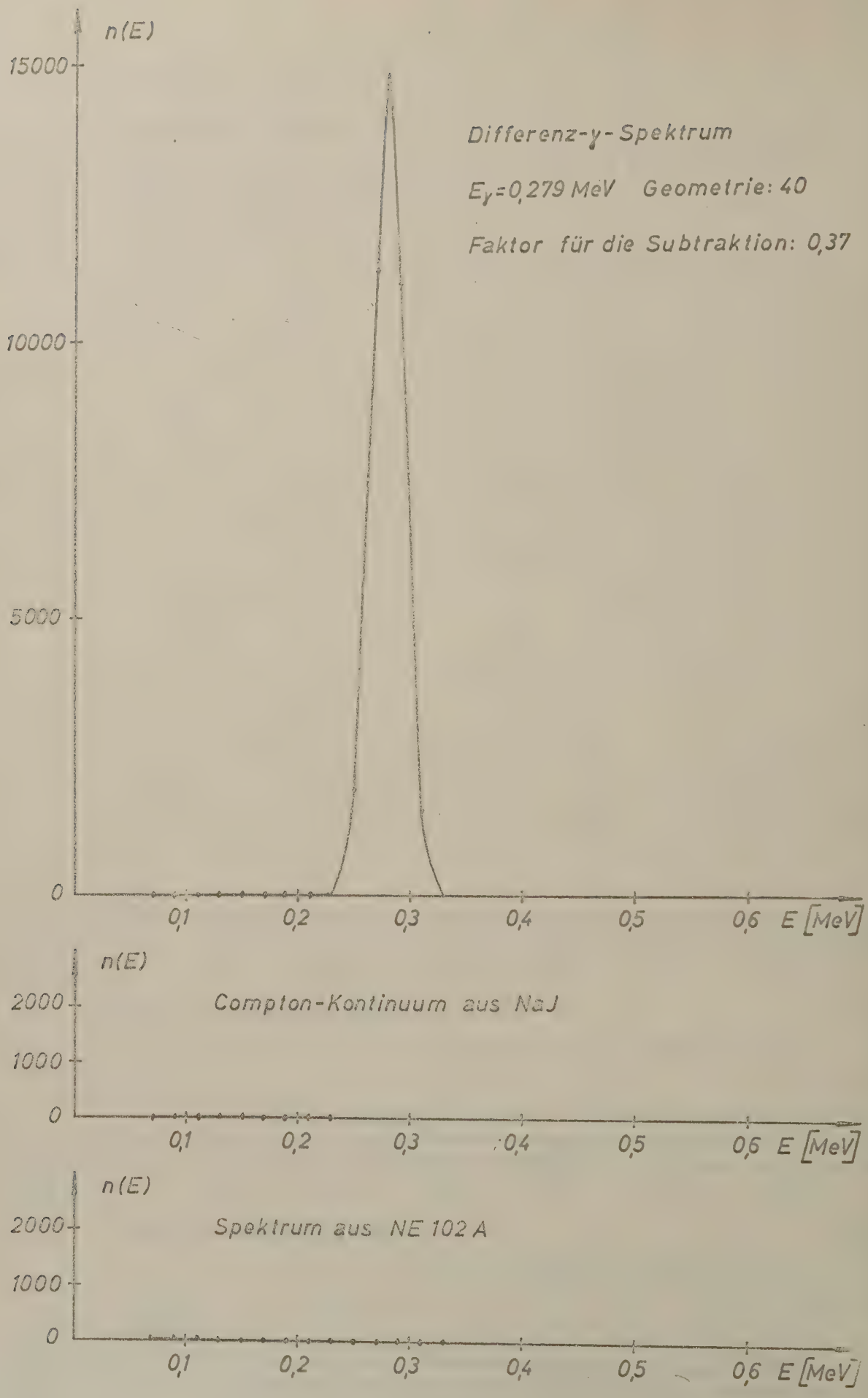



Abb.31 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 0.279 MeV, Geometrie: 40. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.

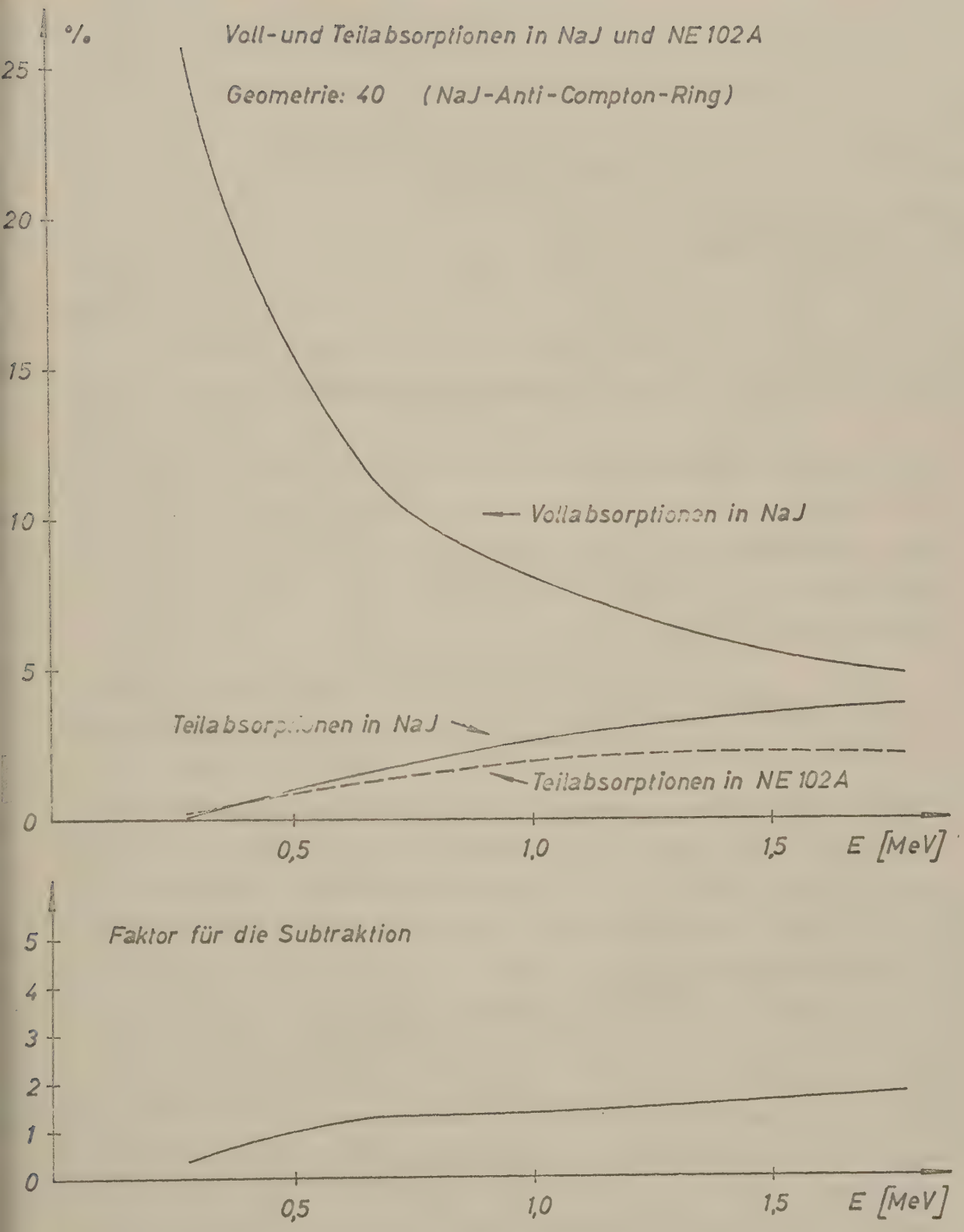



Abb.30 Monte-Carlo-Rechnungen: Voll- und Teilabsorptionen in NaJ und NE 102 A. Den Kurven liegen Berechnungen für $E_\gamma$: 0.279, 0.661, 1.114 und 1.780 MeV zugrunde. Geometrie: 40 (NaJ/NE 102 A, NaJ-Anti-Compton-Ring). Faktor für die Subtraktion des Spektrums aus NE 102 A vom Spektrum aus NaJ.

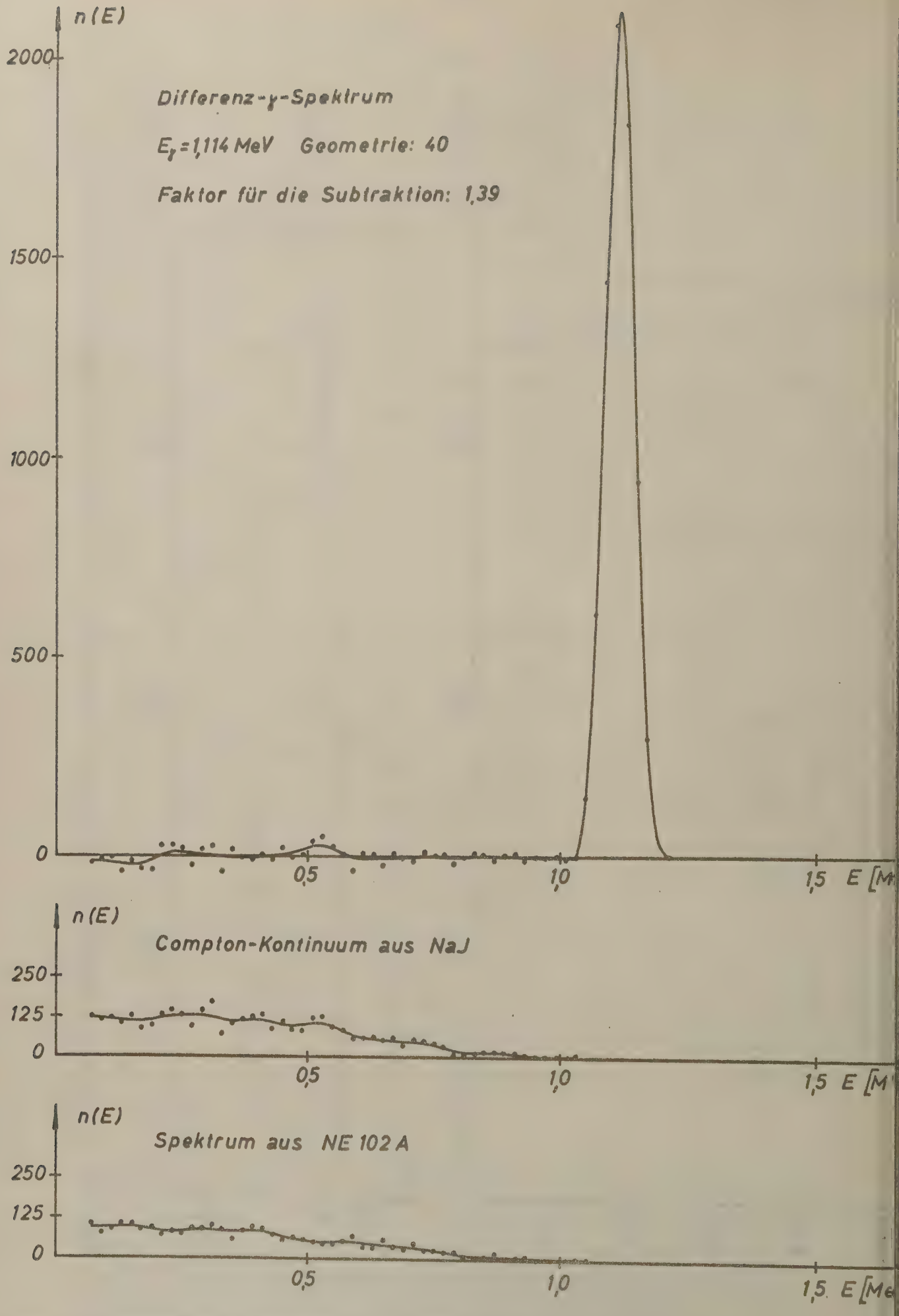
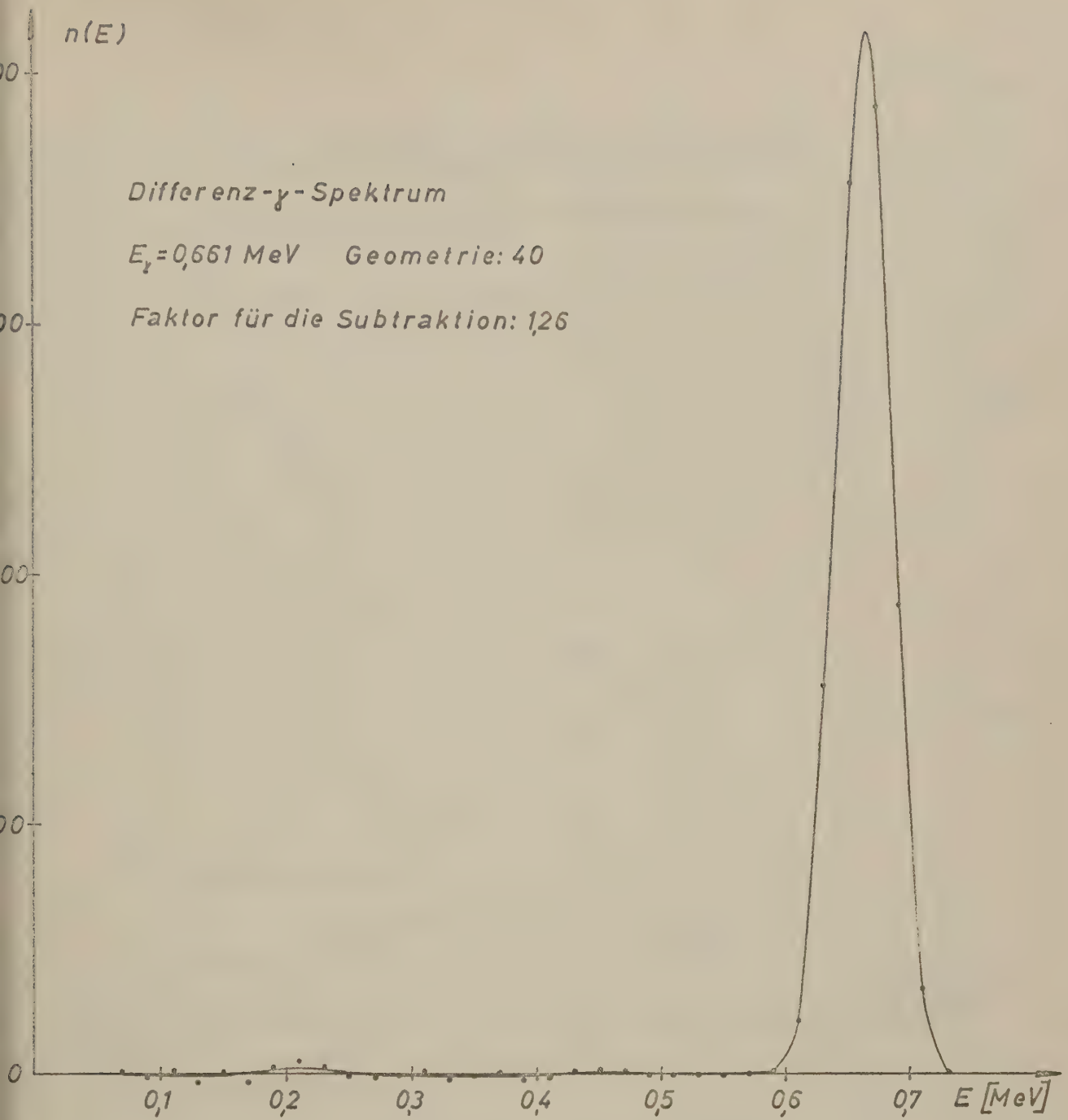
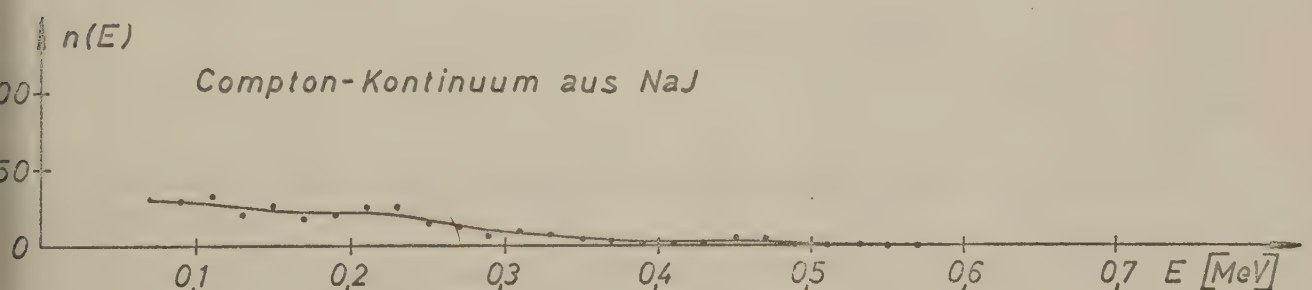
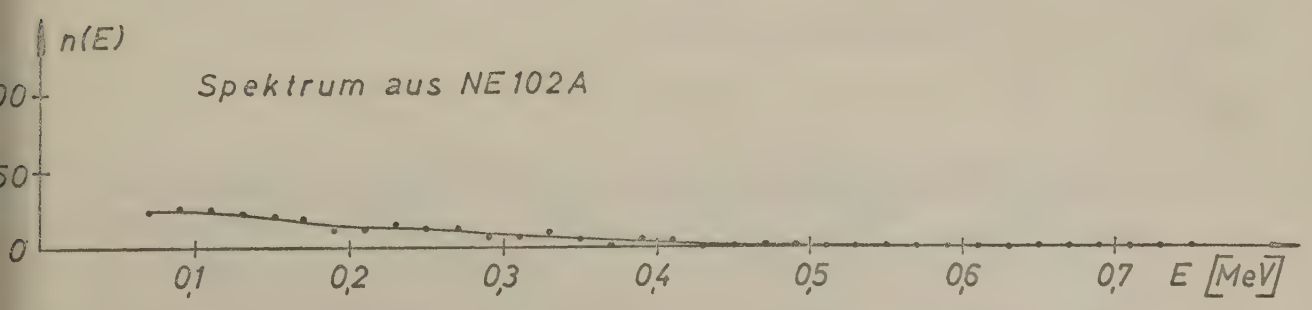



Abb.33 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 1.114 MeV, Geometrie: 40. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.




b.32 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 40. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.

Kontinuum aus NaJ und im Spektrum aus NE 102 A treten die verschiedenen Steilheiten der Comptonkanten jetzt nicht mehr in Erscheinung, da in diesem Bereich die Unterdrückung der Teilabsorptionen durch den Anti-Compton-Ring besonders wirksam ist.

In Tabelle 12 sind zu allen besprochenen Geometrien die Faktoren für die Subtraktion zusammengestellt. Durch eine Normierung auf 1 für 0.661 MeV lassen sich die Änderungen der Faktoren untereinander vergleichen. Erschwerend für den Vergleich wirken sich allerdings die unterschiedlichen Szintillatorgrößen in den einzelnen Geometrien aus. Die schwach ausgleichende Wirkung eines Absorbers auf die Energieabhängigkeit der Faktoren ist für die Geometrien 37 und 38 zu erkennen.

Tabelle 12 Faktoren für die Subtraktion

| E | G=10 NaJ/NE102A | | G=20 NaJ/$C_{14}H_{10}$ | | G=37 NaJ/$C_{14}H_{10}$ CsJ-Absorb. | | G=38 NaJ/$C_{14}H_{10}$ CsJ-Absorb. | | G=40 NaJ/NE102A NaJ-A-C-R[x)] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MeV | | norm. | | norm. | | norm. | | norm. | | norm. |
| 0.279 | | | | | 0.49 | 0.37 | 1.43 | 0.51 | 0.37 | 0.29 |
| 0.393 | 0.62 | 0.56 | 0.92 | 0.55 | | | | | | |
| 0.661 | 1.11 | 1.00 | 1.68 | 1.00 | 1.34 | 1.00 | 2.78 | 1.00 | 1.26 | 1.00 |
| 0.835 | 1.31 | 1.18 | 1.87 | 1.11 | | | | | | |
| 1.114 | 1.48 | 1.33 | 2.16 | 1.29 | 1.62 | 1.21 | 3.52 | 1.27 | 1.39 | 1.10 |
| 1.780 | | | | | 1.84 | 1.37 | 4.23 | 1.51 | 1.77 | 1.41 |

x) NaJ-Anti-Compton-Ring

Anhand der Abb. 35 und 36 kann man für die Geometrie 40 und die γ-Energie 0.661 MeV die Wirksamkeit eines Anti-Compton-Rings aus NaJ mit der eines gleich großen Anti-Compton-Rings aus NE 102 A vergleichen. Die Wirkung von NE 102 A ist nur gering.

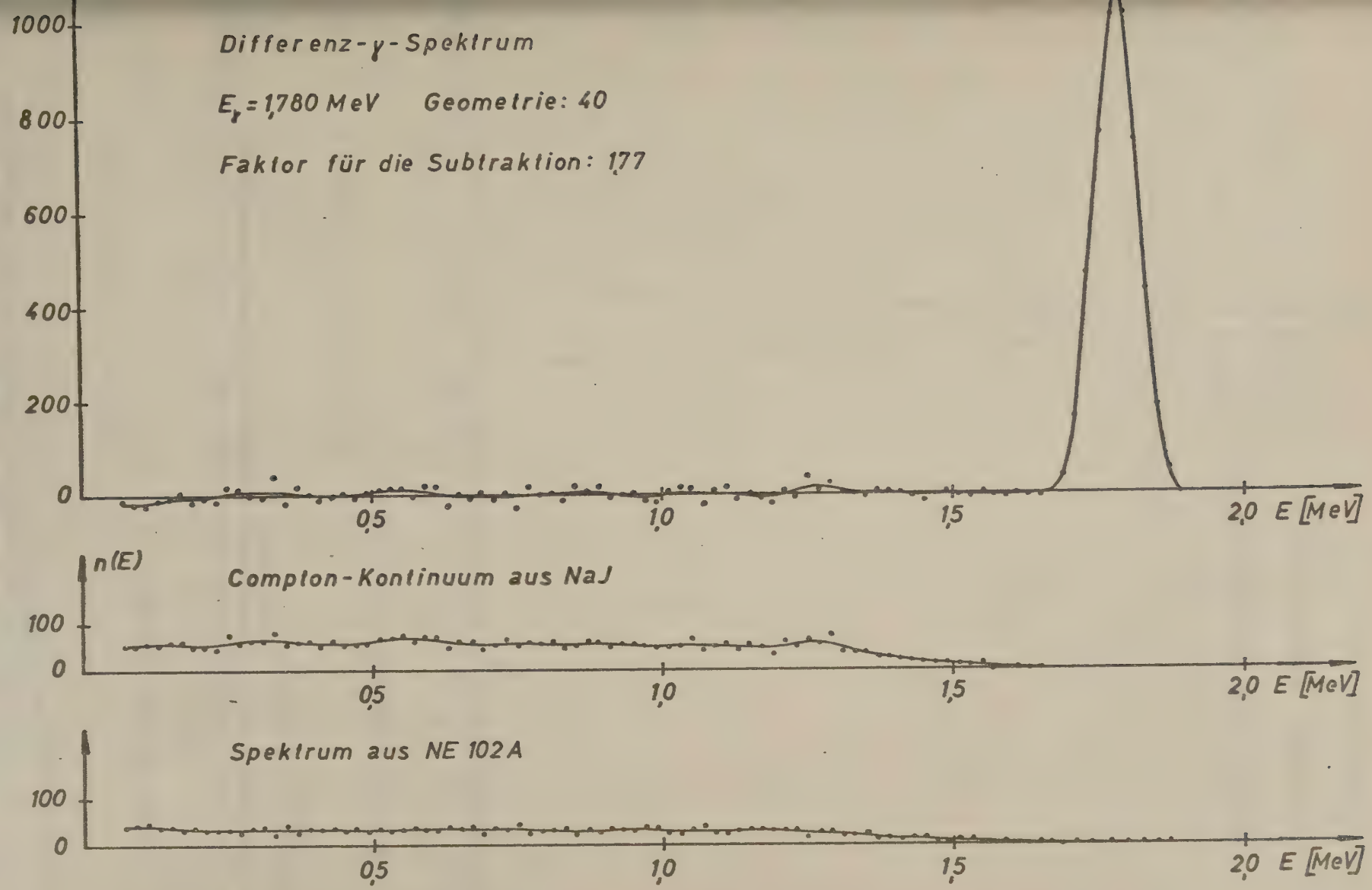



Abb.34 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum. $E_\gamma$: 1.780 MeV, Geometrie: 40. Die Quelle emittiert $10^5$ γ-Quanten.

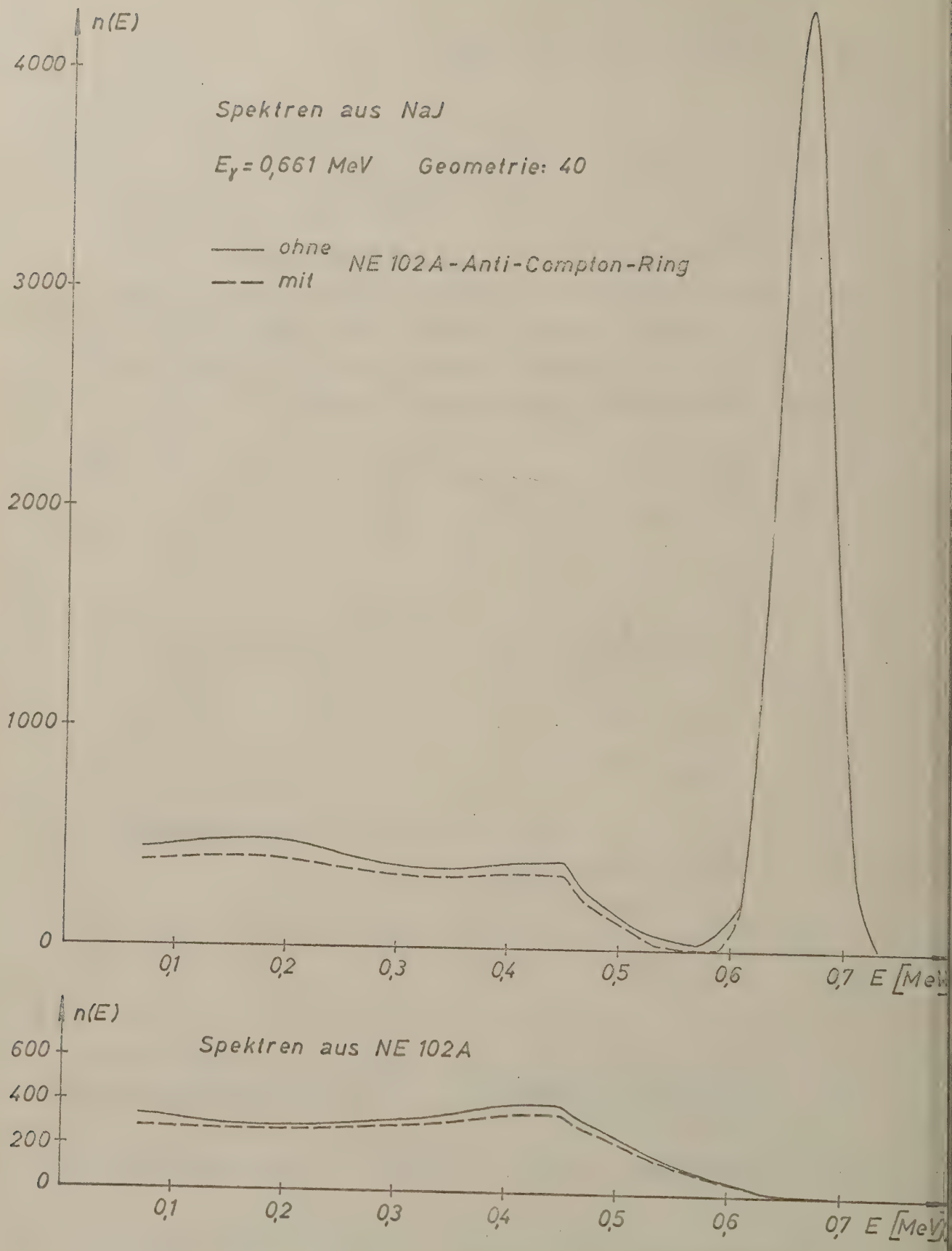
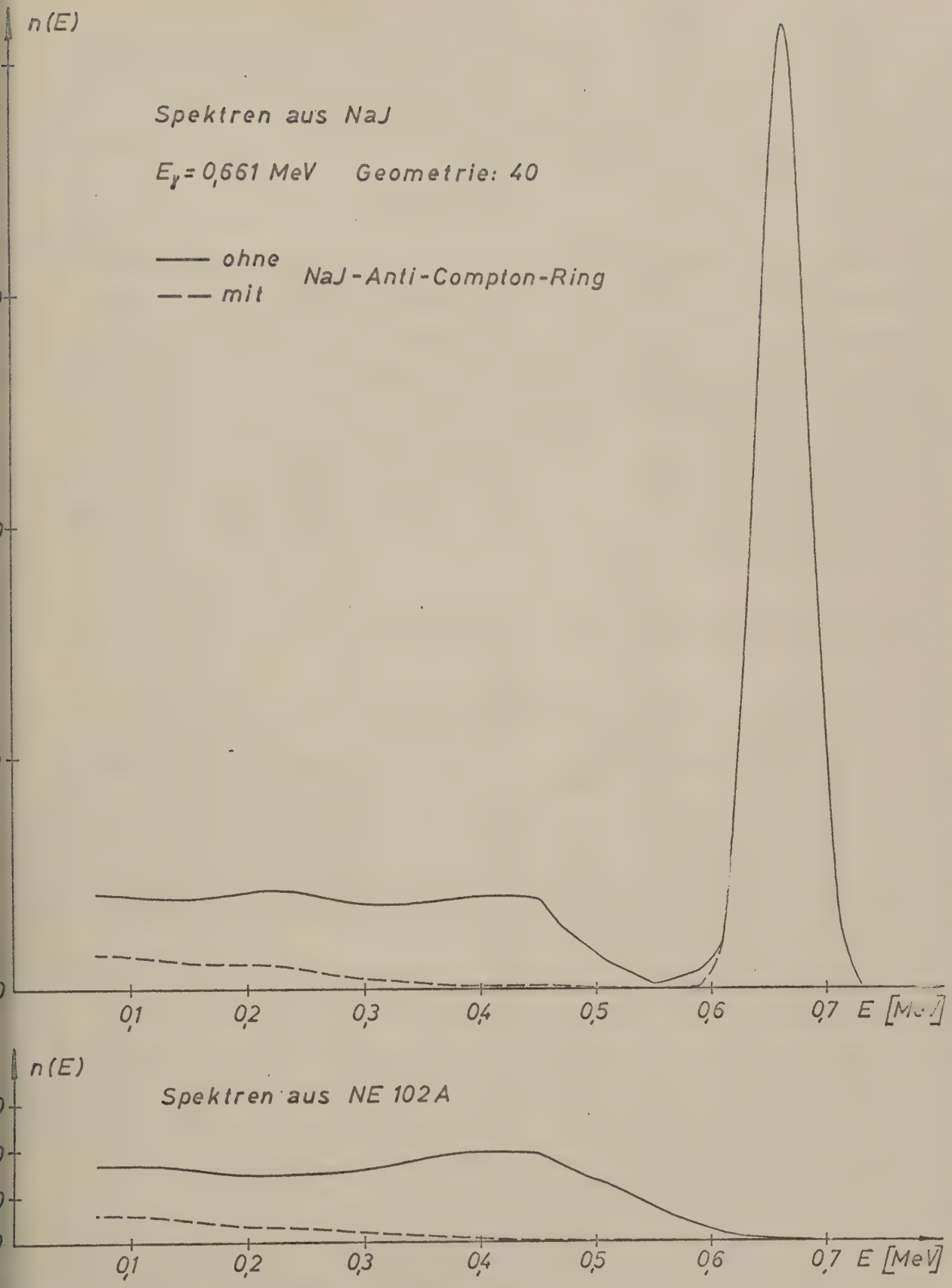



Abb.36 Monte-Carlo-Rechnung: Spektren aus NaJ und NE102A. $E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 40. Die gestrichelte Linie zeigt die Wirksamkeit eines NE102A-Anti-Compton-Rings.




b. 35 Monte-Carlo-Rechnung: Spektren aus NaJ und NE102A.
$E_\gamma$: 0.661 MeV, Geometrie: 40. Die gestrichelte Linie
zeigt die Wirksamkeit eines NaJ-Anti-Compton-Rings.

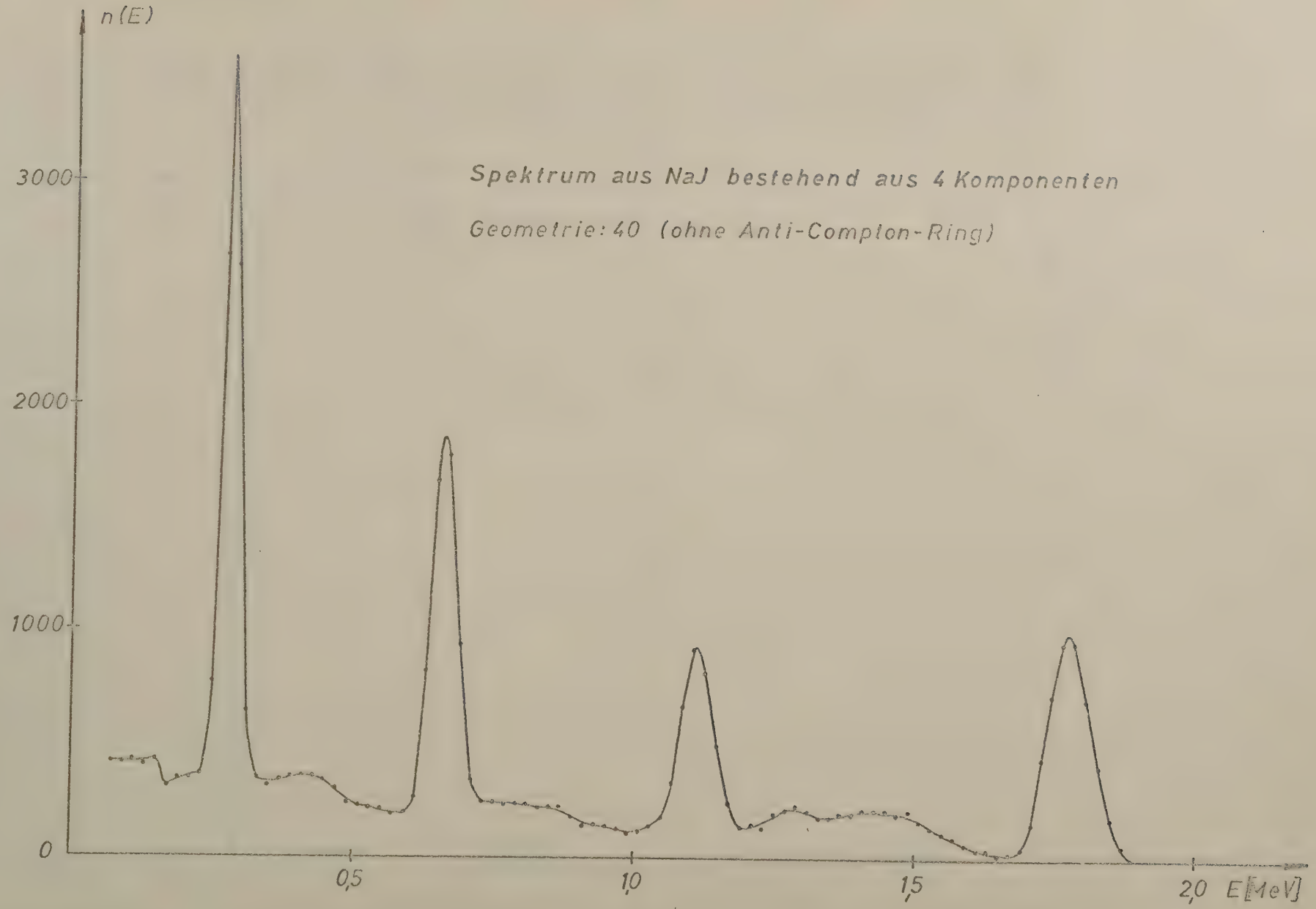



Abb.37 Monte-Carlo-Rechnung: Spektrum aus NaJ bestehend aus 4 Komponenten ($E_\gamma$ = 0,279

## 7.2 Komplexes Differenz-γ-Spektrum

In Abb. 37 wird ein Spektrum aus NaJ gezeigt, das aus 4 Komponenten besteht. Diesem Spektrum liegen Monte-Carlo-Rechnungen für ein Differenz-γ-Spektrometer in der Geometrie 40 zugrunde, bei denen zunächst die Funktion des 3" x 3" NaJ-Kristalls für sich allein betrachtet wird. Nimmt man die Wirkung des NaJ-Anti-Compton-Rings hinzu, so ergibt sich das Spektrum in Abb. 38. Schließlich führt die Funktion als Differenz-γ-Spektrometer mit umgebenden NaJ-Anti-Compton-Ring zum Spektrum in Abb. 39.

Beim Differenz-γ-Spektrum wurde der Faktor q für die Subtraktion wie folgt berechnet:

$$q = \frac{\sum_i \frac{n_i}{n_o} \; q_i N_i}{\sum_i \frac{n_i}{n_o} \; N_i}$$

Dabei bedeuten

$n_i$ = Zahl der von der Quelle emittierten γ-Quanten mit der Energie $E_i$.

$q_i$ = Faktor für die Subtraktion der i-ten Komponente im komplexen Spektrum.

$N_i$ = Fläche des Spektrums aus NE 102 A, wenn $n_o$ = $10^5$ γ-Quanten mit der Energie $E_i$ von der Quelle emittiert werden.

Mit den Werten aus Tabelle 13 wurde q = 1,58 errechnet.

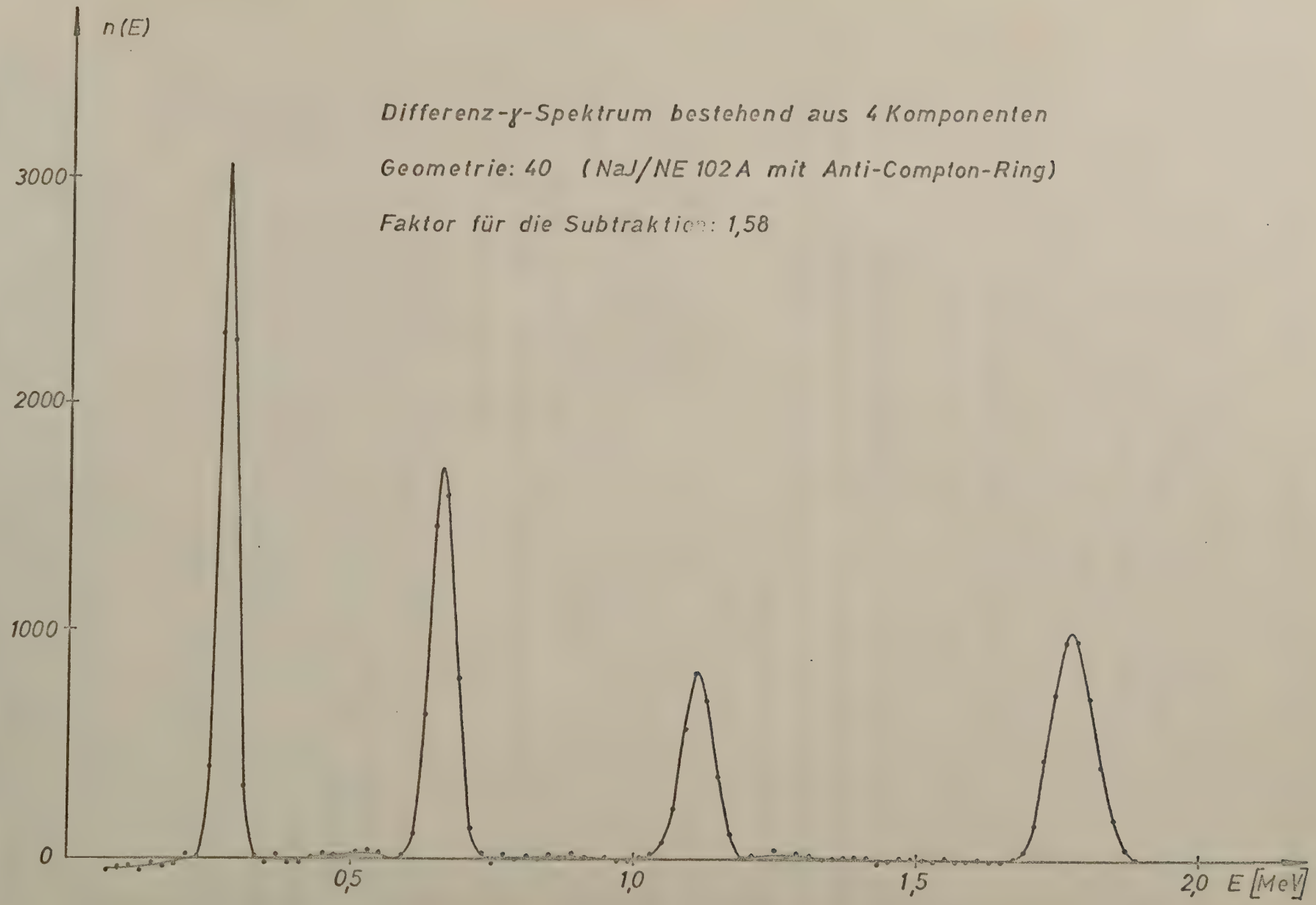



Abb.39 Monte-Carlo-Rechnung: Differenz-γ-Spektrum bestehend aus 4 Komponenten ($E_\gamma$ = 0.279, 0.661, 1.114, 1.780 MeV). Geometrie: 40 NaJ/NE102A mit NaJ-Anti-Compton-Ring

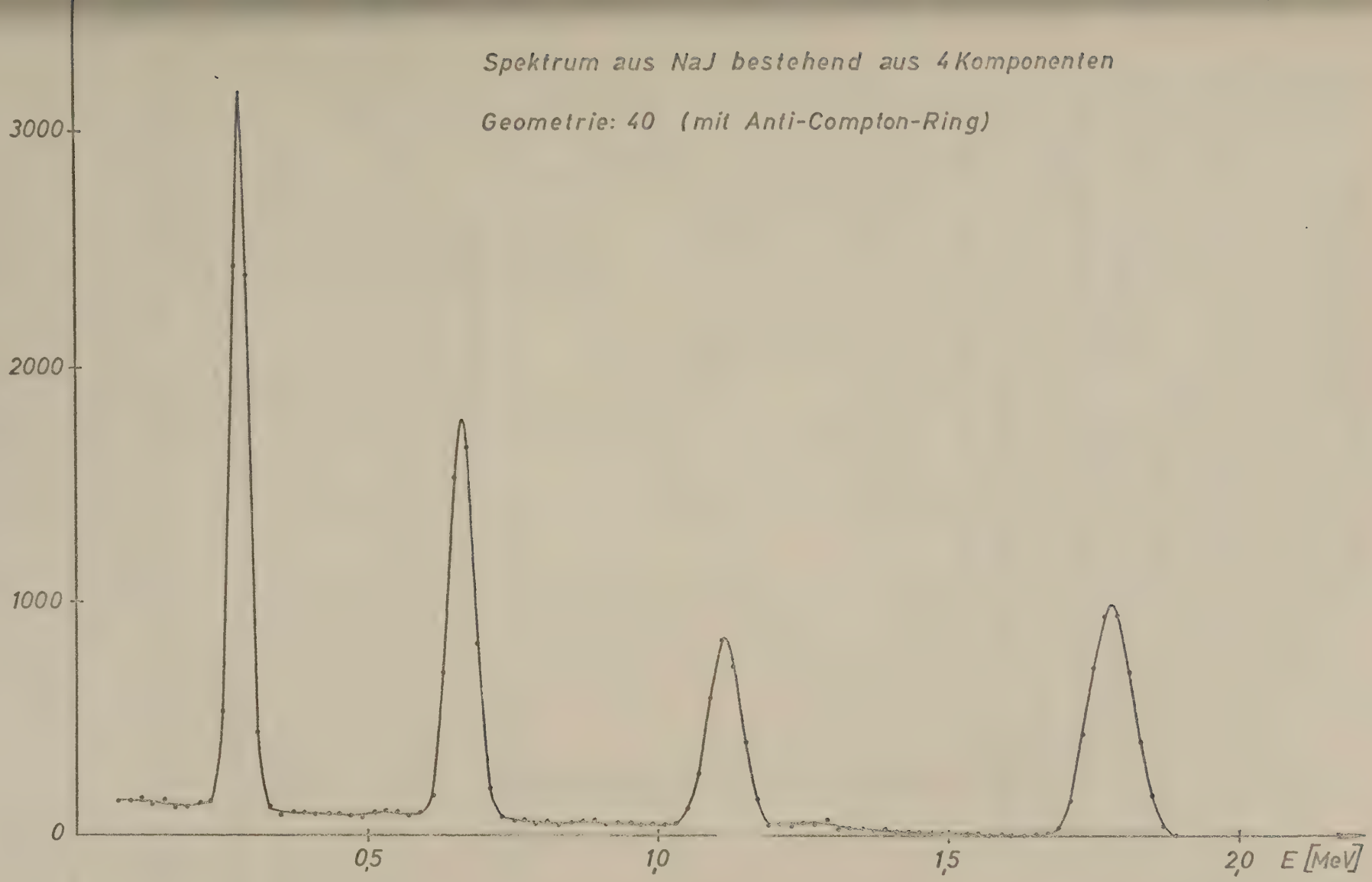



Abb. 38 Monte-Carlo-Rechnung: Spektrum aus NaJ bestehend aus 4 Komponenten ($E_\gamma$ = 0.279, 0.661, 1.114, 1.780). Geometrie: 40, mit NaJ-Anti-Compton Ring.

## 8 Zusammenfassung

Die Untersuchungen zur Differenz-γ-Spektrometrie standen unter dem Leitgedanken, eine Meßanordnung zu finden, bei der im gemessenen Spektrum die Energieverteilung der auffallenden γ-Strahlung, ganz gleich ob sie kontinuierlich oder diskret ist, möglichst getreu wiedergegeben wird. Mit gewöhnlichen γ-Spektrometern, die nur einen Detektor enthalten, ist das infolge der unvermeidbar durch Streuungen ausgelösten unvollständigen Energieabsorptionen der γ-Quanten nicht erreichbar.

Bei gleichzeitiger Messung eines γ-Strahlers mit zwei Detektoren, von denen der eine mit niedriger effektiver Ordnungszahl (z.B. Anthrazen oder Plastik) nur das Compton-Kontinuum erzeugt, während der eigentliche Meßdetektor mit hoher Ordnungszahl ein Spektrum mit Vollabsorptionspeak und Compton-Kontinuum liefert, bietet sich die Möglichkeit, durch Subtraktion beider Spektren den neben dem Vollabsorptionspeak störenden Compton-Untergrund weitgehend zu eleminieren. Diese Methode der Differenz-γ-Spektrometrie eignet sich vorwiegend zur Analyse von γ-strahlenden Nuklidgemischen und zur Messung von γ-Strahlen mit kontinuierlichem Energiespektrum (z.B. am Reaktor).

Die Eigenschaften von Differenz-γ-Spektrometern verschiedener Anordnung wurden experimentell und theoretisch untersucht. Insbesondere wurden die Bedingungen ermittelt, bei denen die Compton-Kontinua beider Szintillatoren einander weitgehend ähnlich sind, so daß bei der Differenzbildung mit einem energieunabhängigen Faktor der störende Compton-Untergrund im Spektrum aus dem Meßdetektor nahezu vollständig unterdrückt wird.

Es wurden Differenz-γ-Spektren mit zwei verschiedenen Szintillatorkombinationen gemessen: NaJ/Anthrazen und NaJ/Plastik (Typ NE 102 A). Mit dem aufgebauten Differenz-γ-Spektrometer konnten die Spektren von zwei Szintillatoren gleichzeitig ge-

Tabelle 13 Werte zur Bestimmung von q

| E MeV | $n_i$ | $q_i$ | $N_i$ |
|---|---|---|---|
| 0.279 | 20653 | 0.37 | 225 |
| 0.661 | 40865 | 1.26 | 1280 |
| 1.114 | 38127 | 1.39 | 2093 |
| 1.780 | 93987 | 1.77 | 2172 |

Das Differenz-γ-Spektrum in Abb. 39 zeigt, daß man bei der Subtraktion einen energieunabhängigen Faktor für ein komplexes Spektrum anwenden kann, wenn die Teilabsorptionen in beiden Szintillatoren im Vergleich zu den Vollabsorptionen in NaJ gering sind.

Die guten Erfolge, die die Monte-Carlo-Rechenergebnisse für die Kombination aus Differenz-γ-Spektrometer und NaJ-Anti-Compton-Ring versprechen, geben die Anregung mit Hilfe neuer Monte-Carlo-Rechnungen die Wirkung des Differenz-γ-Spektrometers und die Wirkung des umgebenden Anti-Compton-Rings noch besser aufeinander abzustimmen. Das heißt, man sollte in der Praxis den sehr kostspieligen NaJ-Anti-Compton-Ring nicht zu groß wählen und dafür lieber einen Teil der Funktion, die ein großer Anti-Compton-Ring auszuführen hätte, dem Anthrazen- oder Plastikszintillator in Verbindung mit der Differenzbildung übertragen. Die Erfahrungen aus den bisherigen Rechnungen lassen erwarten, daß auf diesem Weg ein Differenz-γ-Spektrometer mit vernünftiger Dimensionierung der Szintillatoren und optimalem Wirkungsgrad gefunden wird.

tronen zum anderen durch optische Absorption im Szintillator verursacht werden.

Korrekturen der gerechneten Spektren, die den Einfluß der nichtproportionalen Lichtausbeute berücksichtigen, konnten für NaJ vorgenommen werden, womit die Ergebnisse aus Experiment und Theorie weiter angenähert wurden. Entsprechende Korrekturen für Anthrazen- und Plastikszintillatoren, sowie Korrekturen in bezug auf die optische Absorption wurden bisher nicht durchgeführt, da die dazu notwendigen Angaben aus Messungen noch nicht verfügbar waren.

Experimente und Rechnungen ergaben, daß eine Energieunabhängigkeit des Faktors für die Subtraktion nicht zu erreichen war. Der Faktor steigt mit zunehmender $\gamma$-Energie an. Auch das Anbringen eines geeigneten Absorbers vor dem Anthrazen- oder Plastikszintillator konnte die Energieabhängigkeit nur gering vermindern. Erst wenn das Differenz-$\gamma$-Spektrometer von einem Anti-Compton-Ring aus NaJ umgeben wird, lassen sich die Compton-Kontinua in beiden Szintillatoren soweit reduzieren, daß die Energieabhängigkeit des Faktors für die Subtraktion vernachläßigbar wird. Dies konnte am Beispiel eines komplexen Spektrums gezeigt werden, das aus vier Komponenten mit $\gamma$-Energien von 0.279 bis 1.78 MeV bestand. Es blieben im Differenz-$\gamma$-Spektrum nicht mehr als 1 - 2 % des ursprünglichen Compton-Untergrunds übrig, den man bei Verwendung eines isolierten NaJ-Kristalls gleicher Größe (3"x3") erhalten hätte. Mit einem üblichen Anti-Compton-Spektrometer hätte man im Vergleich dazu nur eine etwa 70 %-ige Reduzierung des Compton-Untergrunds erreicht.

Ob man als Meßdetektor einen NaJ-Kristall oder einen Halbleiter benutzt, hängt vom gewünschten energetischen Auflösungsvermögen und von der notwendigen Meßempfindlichkeit ab. Der guten Auflösung des Halbleiter-Detektors steht eine geringe Empfindlichkeit infolge seines kleinen Volumens gegenüber, während NaJ-Kristalle wohl größer und daher empfindlicher sind, aber ein schlechteres Auflösungsvermögen haben; z.B. wird man ein

messen werden. Darüberhinaus ließen sie sich in koinzidente, antikoinzidente und ein koinzidentes Summenspektrum aufteilen. Diese Möglichkeit wurde für ein neues Verfahren zur Energieeichung und zur Bestimmung des Auflösungsvermögens von Anthrazen- und Plastikszintillatoren ausgenutzt. Es zeigte sich, daß durch Ausschalten koinzidenter Pulse die Ähnlichkeit der Compton-Kontinua in beiden Szintillatoren der Kombination erheblich verbessert werden konnte.

Zur Auffindung der optimalen Anordnung eines Differenz-γ-Spektrometers wurden Differenz-γ-Spektren für verschiedene Detektorkombinationen und Geometrien mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode berechnet. Das Rechenprogramm gestattete dabei auch, den Einfluß einer Abschirmung um die Szintillatoren und eines Absorbers vor einem der Szintillatoren, sowie die Wirksamkeit eines Anti-Compton-Rings aus NaJ oder Plastik zu untersuchen. Die nummerischen Berechnungen wurden mit einer Siemens-2002-Rechenanlage durchgeführt.

Die Rechnungen lieferten wichtige Aufschlüsse über den Aufbau eines γ-Spektrums durch einfache und mehrfache Wechselwirkungen der γ-Quanten in den Szintillatoren, deren Erfassung experimentell nicht möglich ist. Es zeigte sich, daß die Vollabsorption eines γ-Quants, die zum Auftreten des Photopeaks im γ-Spektrum führt, nur zum kleineren Teil durch einfache Wechselwirkung (Photoeffekt) erfolgt, vielmehr kommt sie meistens durch mehrfache Comptonstreuung mit anschließender Photoabsorption zustande. Die mittlere Zahl der Wechselwirkungen für ein total absorbiertes γ-Quant und die mittlere absorbierte Energie pro Sekundärelektron wurden für verschiedene Szintillatorgrößen in Abhängigkeit von der primären γ-Energie ermittelt.

Ein Teil der Ergebnisse aus theoretischen Berechnungen konnte durch Vergleich mit gemessenen Spektren geprüft werden. Zwischen Messung und Rechnung zeigten sich geringe Abweichungen, die einmal durch die Nichtproportionalität der Lichtausbeute in Abhängigkeit von der Energie der Sekundärelek-

# 9 Anhang

## 9.1 Listen der linearen Schwächungskoeffizienten

Die Listen der linearen Schwächungskoeffizienten für die einzelnen Wechselwirkungsprozesse werden in einem selbstständigen Rechenprogramm aufgestellt. Für den Photoeffekt und die Paarbildung dienen dabei Wirkungsquerschnitte aus der Literatur [30 - 32] als Bezugsgrößen, zwischen denen interpoliert wird. Die Wirkungsquerschnitte für den Comptoneffekt werden aus der Klein-Nishina-Formel berechnet.

Entsprechend der unterschiedlichen Änderung der Wirkungsquerschnitte werden in den Listen drei Energiebereiche mit jeweils äquidistanten Energiestufen unterschieden.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Energiebereiche in MeV: | 0.010 ... | (0.001) ... | 0.100 |
| | 0.100 ... | (0.010) ... | 1.000 |
| | 1.000 ... | (0.100) ... | 10.000 |

Die Höhe der Energiestufen ist in Klammern angegeben.

Für die Interpolation der Wirkungsquerschnitte beim Photoeffekt und bei der Paarbildung erweisen sich nachfolgend beschriebene Verfahren als am günstigsten. Dabei seien $\sigma$ (a) und $\sigma$ (b) die aus der Literatur entnommenen Bezugswerte, zwischen denen interpoliert wird. Sie sind in Barn/Atom bzw. Barn/Molekül angegeben. Die linearen Schwächungskoeffizienten $\mu(x)$ haben die Einheit $cm^{-1}$ und sind durch die Beziehung $\mu(x) = \frac{L \cdot \rho}{A} \sigma(x) \cdot 10^{-24}$ mit den Wirkungsquerschnitten verknüpft, wobei L = Loschmidt-Zahl, $\rho$ = Dichte und A = Massenzahl sind.

Nuklidgemisch genügend hoher Aktivität vorteilhaft mit einem einfachen Spektrometer messen, das einen Halbleiter-Detektor enthält. Bei geringer Aktivität werden das Spektrometer mit Halbleiter-Detektor und das Differenz-$\gamma$-Spektrometer mit NaJ-Meßdetektor nebeneinander konkurrieren. Jedoch im Fall einer $\gamma$-Strahlung mit kontinuierlichem Energiespektrum, die man genau analysieren möchte, wird das Differenz-$\gamma$-Spektrometer stets zu bevorzugen sein, wobei entsprechend der Meßaufgabe NaJ-Kristall oder Halbleiter als Meßdetektor zu wählen ist.

mit k = 1 benutzt [33] . Die Periode beträgt $5 \cdot 10^8$.

Es bedeutet $7^5 \cdot z_i \pmod{10^{11}} = 7^5 \cdot z_i - 10^{11} \left[ \frac{7^5 \cdot z_i}{10^{11}} \right]$ , wobei für den Ausdruck in der eckigen Klammer die nächstniedrigere ganze Zahl zu nehmen ist. Dann ergeben die letzten 11 Stellen des Produkts $7^5 \cdot z_i$ die nachfolgende Zufallszahl $z_{i+1}$ (Potenzrestmethode). Die erzeugten Zufallszahlen sind in $(0,10^{11})$ gleichverteilt. $10^{-11} \cdot z$ ergibt in (0,1) gleichverteilte Zufallszahlen. In mehreren Testrechnungen wurde die Gleichverteilung geprüft und für geeignet befunden.

Das Rechenprogramm für den Zufallszahlengenerator benutzt (9.1) in der Form

$$10\, z_{i+1} = 10 \cdot 7^5\, z_i \pmod{10^{12}}.$$

An dem Gesetz für die Erzeugung der Zufallszahlen hat sich dabei nichts geändert, jede Zahl wird lediglich um den Faktor 10 vergrößert und die Gleichverteilung liegt dann in $(0,10^{12})$.

Wird die erste Zufallszahl $z_o = 50$ gesetzt, so bekommen alle nachfolgenden Zufallszahlen durch die Multiplikation mit $7^5 = 16807$ die Endziffern 50 und lauten in allgemeiner Darstellung

$$z = 123456789050.$$

z als Gleitkommazahl interpretiert ergibt dann

$$z = 0.1234567890$$

und ist in (0,1) gleichverteilt.

Erklärung der Gleitkommazahl [34] : Gleitkommazahlen werden in der Rechenmaschine, ausgehend von der halblogarithmischen

Photoeffekt:

$$\ln \sigma(x) = \ln \sigma(a) + \{ \ln \sigma (b) - \ln \sigma(a)\} \frac{\ln x - \ln a}{\ln b - \ln a}$$

$$\mu_F(x) = \frac{L \cdot \rho}{A} e^{\ln \sigma(x)} \cdot 10^{-24}$$

Interpoliert wird in doppelt-logarithmischer Darstellung.

Paarbildung:

$$\mu_P(x) = \frac{L \cdot \rho}{A} \left[\sigma(a) + \frac{\sigma(b)-\sigma(a)}{2} \left\{\frac{x-a}{b-a} + \frac{\ln x - \ln a}{\ln b - \ln a}\right\}\right] 10^{-24}$$

Interpoliert wird in einer linearen und in einer halblogarithmischen Darstellung. $\mu_P(x)$ wird aus dem Mittelwert beider Interpolationen gebildet.

Die Berechnung der Schwächungskoeffizienten für den Comptoneffekt nach der Klein-Nishina-Formel geschieht in folgender Weise:

$$\mu_C(x) = \frac{L \cdot \rho \cdot N}{A} \cdot 2\pi r_e \left[\frac{1+c}{c^2}\left(\frac{2(1+c)}{1+2c} - \frac{\ln(1+2c)}{c}\right) + \frac{\ln(1+2c)}{2c} - \frac{1+3c}{(1+2c)^2}\right]$$

$$c = \frac{x}{0.511}$$

Dabei bedeuten N = Zahl der Elektronen pro Atom bzw. Molekül und $r_e$ = Elektronenradius.

## 9.2 Der Zufallszahlengenerator

Für Monte-Carlo-Rechnungen werden Zufallszahlen benötigt, die in (o,1) gleichverteilt sind.

Zur Erzeugung von Pseudo-Zufallszahlen wurde die Beziehung

$$z_{i+1} = 7^{4k+1} \cdot z_i \pmod{10^{11}} \qquad (9.1)$$

Bereich $0 < x < n$ annähernd normalverteilt.

$$x = \sum_{i=1}^{n} z_i$$

Soll x im Bereich $-n < x < n$ um 0 normalverteilt sein, so sind die Summen

$$x = 2 \sum_{i=1}^{n} z_i - n \qquad (9.3)$$

zu bilden.

Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion ist

$$G(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\left[\frac{n+x}{2}\right]} \frac{(-1)^r}{r!(n-r)!} (n+x-2r)^n$$

und die Dichtefunktion

$$g(x) = \frac{n}{2^n} \sum_{r=0}^{\left[\frac{n+x}{2}\right]} \frac{(-1)^r}{r!(n-r)!} (n+x-2r)^{n-1} \qquad (9.4)$$

Je größer n gewählt wird, um so besser wird die Normalverteilung approximiert. Abb. 40 zeigt einen Vergleich der in der Rechnung benutzten Approximation g(x) mit $n = 6$ und der exakten Normalverteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} x^2} = g(o) e^{-\pi g(o)^2 x^2}, \qquad (9.5)$$

Darstellung

$$z = \pm a \cdot 10^{b},$$

in der Form

| $\pm$ | a | b+50 |
|---|---|---|
| Vorzeichen | Mantisse | Charakteristik |

wiedergegeben. Die Mantisse a ist zehnstellig, die Charakteristik b+50 zweistellig. Das Komma der Mantisse steht unmittelbar vor der höchstwertigen Stelle der Mantisse.
z als Gleitkommazahl lautet

$$z = 0.1234567890 \cdot 10^{0}$$

## 9.3 Verschmierung von Energieabsorptionen nach der Monte-Carlo-Methode

Es wird angenommen, daß durch die Messung die Energieabsorptionen E nach einer Normalverteilung verschmiert werden

$$f(E') = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi E}} e^{-\frac{\alpha^2}{E^2}(E'-E)^2} . \qquad (9.2)$$

Dabei bedeutet E' die verschmierte Energieabsorption und es ist $\alpha = A+B\sqrt{E}$ (3.10).

Für die Erzeugung einer Normalverteilung mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode wird ein von Kahn [13] angegebenes Näherungsverfahren benutzt.

Die Summen x von n in (0,1) gleichverteilten Zufallszahlen $z_i$ sind, soweit n nicht zu klein gewählt wird, im

die aus der Bedingung $f(o) = g(o)$ hervorgeht. $g(o)$ errechnet sich aus (9.4) zu $g(o) = \frac{11}{40}$ .

Die Verknüpfung der mit Hilfe von Zufallszahlensummen x in Näherung erzeugten Normalverteilung (9.5) mit der Normalverteilung der Energieabsorptionen (9.2) wird durch Gleichsetzen der Exponenten hergestellt

$$\frac{11}{40} \sqrt{\pi}\, x = \frac{\alpha}{E} (E'-E)$$

und führt zu

$$E' = E \left(1 + \frac{11}{40} \sqrt{\pi}\, \frac{x}{\alpha}\right) \qquad (9.6)$$

Für jede Energieabsorption E wird nach (9.3) ein x gebildet und mit (9.6) die verschmierte Energieabsorption E' berechnet. Dann erfolgt die Einordnung in das entsprechende Energieintervall des Spektrums.

Der Vorteil bei der Benutzung einer Approximation der Normalverteilung liegt in der Erzielung kürzerer Rechenzeiten. Während für die Approximation nur Zufallszahlen addiert werden, muß die Maschine bei der Erzeugung einer exakten Normalverteilung unter anderem zweimal den natürlichen Logarithmus von Zufallszahlen bilden. Bei der großen Anzahl von Energieabsorptionen, die einzeln verschmiert werden, kostet das mehr Rechenzeit. Die Wahl von n wird durch den Kompromiß zwischen Einsparung von Rechenzeit und ausreichender Approximation der Normalverteilung bestimmt.

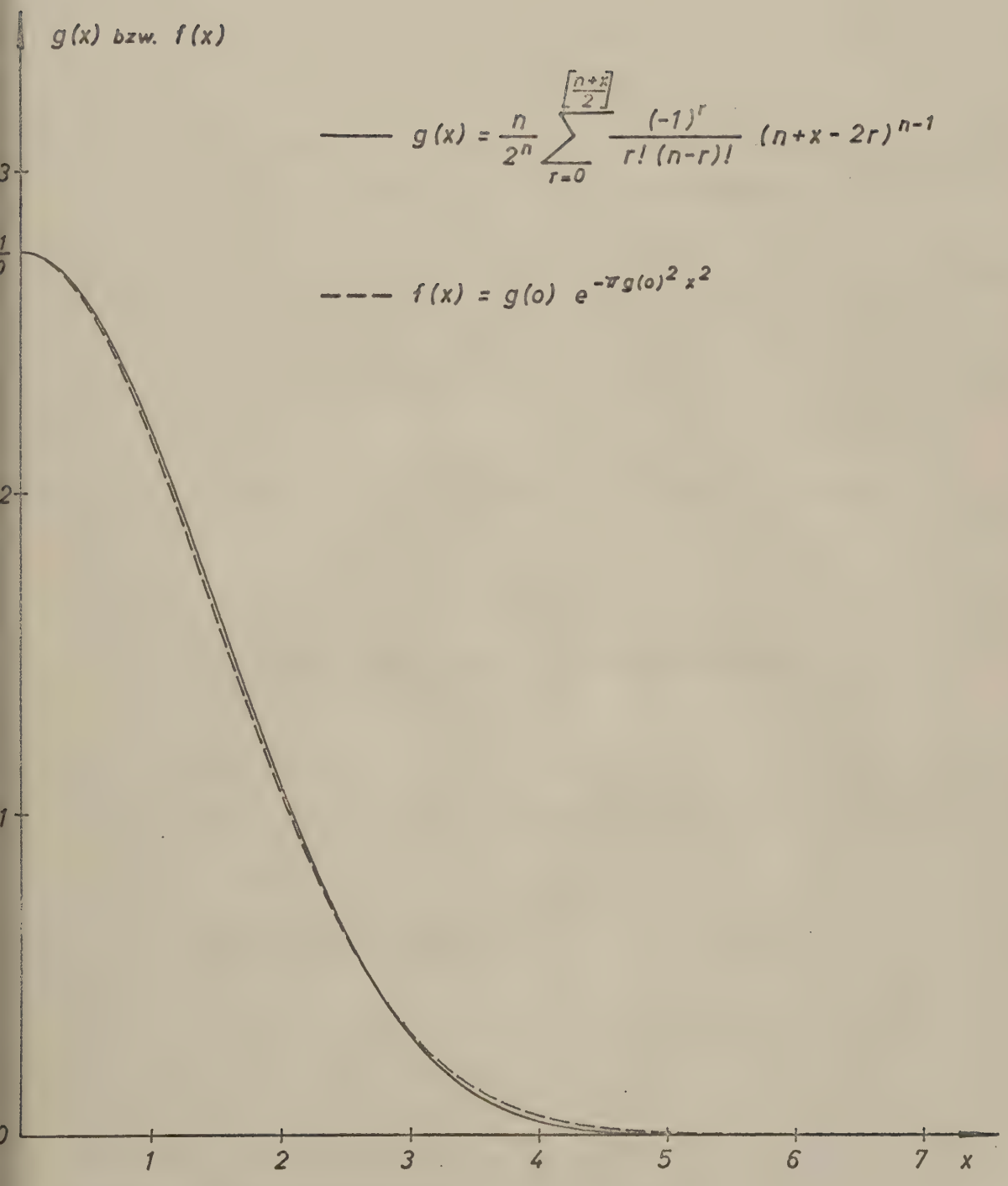



Abb. 40 Approximation der Normalverteilung f(x) durch g(x) mit n = 6. Es ist f(o) = g(o) gesetzt.

Literaturverzeichnis

[1] D.H. Peirson, Nature 173 (1954), 990

[2] D.H. Peirson, Brit.J.App.Phys. 6 (1955), 444

[3] D.H. Peirson, Atomics 7 (1965), 316

[4] D.H. Peirson, P.Iredale: Brit.J.App.Phys.8 (1957), 4

[5] D.M.C. Thomas u. W.J. Callow, Nuclear Electronics I (1959), 117 (IAEA, Wien)

[6] W. Reiser, Diplomarbeit, Universität Giessen (1959)

[7] O.W. Billarz, TIM - 637 (1960)

[8] C. Julliot, CAE-1428 (1959)

[9] D. De Soete u. J. Hoste, Proceedings 1961 International Conference, Modern Trends in Activation Analyses, College Station, Texas

[10] W. Lada u. K. Pochwalski, Report 603/XIII/C

[11] H. Mundschenk, Nucl. Instr. and Meth. 44 (1966), 325

[12] D. Morgenstern, Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik, 156, Springer Verlag (1964)

[13] H. Kahn, AECU-3259 (1954)

[14] E.D. Cashwell, C.J.Everett u. O.W.Rechard, LA-2120 (

[15] F.W. Krüger, Kernenergie 6 (1963), Heft 3, 89

[16] F. Rohloff, Kerntechnik 7 (1965), Heft 8/9, 440

## 9.4 Zeichenprogramm für die Abbildungen

Die meisten Abbildungen in dieser Arbeit wurden auf einem ZUSE-Graphomaten gezeichnet. Die Steuerstreifen für den Graphomaten wurden mit dem Zeichenprogramm ZEIPRO auf der Siemens-2002-Rechenanlage hergestellt.

Dem Zeichenprogramm konnte angegeben werden, ob ein Meßpunkt bzw. ein gerechneter Wert in der Zeichnung genau angesteuert oder eine Schwerpunktsbildung unter Einbeziehung der Nachbarpunkte vorgenommen werden sollte. Dabei war die Zahl der zu berücksichtigenden Nachbarpunkte wählbar.

In Spektren aus NaJ wurden im Bereich eines Peaks die Punkte angesteuert, während für das Compton-Kontinuum und für die Spektren aus $C_{14}H_{10}$ und NE 102 A die Kurven über Schwerpunktsbildungen ausgeglichen wurden.

Der Kurvenverlauf zwischen zwei Punkten wurde unter Zuhilfenahme der Tangentenrichtung vom Programm bestimmt. Zeichnung und Einteilung der Abzisse und Ordinate wurden vom Programm vorgenommen.

Die vorliegende Arbeit wurde in der Abteilung Strahlenphysik des Hahn-Meitner-Instituts für Kernforschung Berlin angefertigt. Dem Leiter dieser Abteilung, Herrn Privatdozent Dr.W.Jacobi, danke ich für Anregungen und Unterstützung während der Durchführung der Arbeit. Weiter danke ich Frl. T. Kiehne, die mir bei den Messungen und deren Auswertung geholfen hat sowie Herrn Dipl.-Ing. T. Friese, der mir beim Bau des Koinzidenz-Antikoinzidenzzusatzes behilflich war.

Herrn Dipl.-Math. H. Busse danke ich für die zahlreichen Diskussionen, aus denen sich die Grundlagen der sehr umfangreichen Rechenprogramme entwickelten, sowie für sein Bemühen, mich in die Programmierungstechnik einzuführen. Nach dem Ausscheiden von Herrn Busse übernahm Herr Dipl.-Math. J. Würz dankenswerterweise die weitere Betreuung des Rechenprogramms A 50. Herr Würz half mir, die von mir entworfenen Programme auf eine optimale Ausnutzung der Rechenanlage abzustimmen und besorgte die Organisation der Dateneingabe und -ausgabe. Herrn Prof. Dr. W. Haack bin ich für die großzügige Überlassung von Rechenzeiten an der Siemens-2002-Anlage zu besonderem Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Dr.K.H.Lindenberger danke ich für die Förderung dieser Arbeit.

[17] M.J.Berger u. J. Doggett, J. Research NBS 56 (1956), No 6, 355

[18] W.F. Miller u. W.J. Snow, ANL-6318 (1961)

[19] C. Weitkamp, Nucl. Instr. and Meth. 23 (1963), 13

[20] C.D. Zerby, Method in Computational Physics, Vol. 1: Statistical Physics (1963), Academic Press.

[21] A. Wensel, Kerntechnik 7 (1965), Heft 2, 70

[22] B.J. Snyder u. G.F. Knoll, Nucl.Instr. and Meth. 40 (1966), 261

[23] C.D. Zerby u. H.S. Moran, ORNL-2454 (1958)

[24] C.D. Zerby, A. Meyer u. R.B. Murray, Nucl. Instr. and Meth. 12 (1961), 115

[25] R.L. Heath, IDO-17017 (1965)

[26] I.S. Sherman, M.S. Freedman, F.T. Proter u. F. Wagner, IEEE Trans. Nucl. Sci. 11 (1964), 20

[27] F.T. Porter, M.S. Freedman, F. Wagner u. I.S.Sherman, Nucl.Instr. and Meth. 39 (1966), 35

[28] P. Kuijper, C.J. Tiesinga u. C.C. Jonker, Nucl. Instr. and Meth. 42 (1966), 56

[29] J. Kantele, O.J. Marttila u. J. Hattula, Nucl. Instr. and Meth. 39 (1966), 194

[30] G.W. Grodstein, NBS-Circular 583 (1957)

[31] R.F.Mc. Giunies, Supplement to NBS-Circular 583 (1959)

[32] E. Storm, E. Gilbert u. H. Israel, LA-2237 (1958)

[33] E.L. Kaplan, UCRL-5120 T (1958)

[34] Siemens Datenverarbeitungsanlage 2002 Befehlsliste (1963)

## Lebenslauf

Am 7. Januar 1924 wurde ich als Sohn des Ingenieurs Friedrich Altenhein in Zaborze-Skalley, Kr. Hindenburg, Oberschlesien geboren. In Berlin-Wilmersdorf besuchte ich die Volksschule und die Fichte-Oberschule, an der ich 1942 die Reifeprüfung ablegte. Anschließend wurde ich zur Wehrmacht eingezogen und geriet 1945 in russische Kriegsgefangenschaft, aus der ich 1949 entlassen wurde. Im Sommersemester 1949 begann ich an der Freien Universität Berlin das Studium der Physik. Infolge eines Lungenleidens, das ich mir in der Kriegsgefangenschaft zuzog, mußte ich vom Sommersemester 1950 bis einschließlich Sommersemester 1953 vom Studium beurlaubt werden. Die Erkrankung wurde als Kriegsbeschädigung anerkannt. Im Juli 1958 legte ich die Diplomprüfung in Physik ab. Meine Diplomarbeit hat den Titel "Entwicklung eines elektrischen Integrators zur Anwendung in Regelkreisen". Ich führte sie im Entwicklungslaboratorium für Regelungstechnik der Askania-Werke AG Berlin durch. Vom 1. Dezember 1958 bis zum 30. September 1959 arbeitete ich im Fritz-Haber-Institut und in der Strahlenabteilung des Auguste-Viktoria Krankenhauses. Seit dem 1. Februar 1960 bin ich als Wissenschaftlicher Assistent in der Abteilung Strahlenphysik des Hahn-Meitner-Instituts für Kernforschung Berlin tätig. Ich bin verheiratet und habe ein Kind.

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Berlijn 1967

F. K. Altenhein